

第3回 応用測定心理研究会  
 日時：2020年2月22日（土）  
 会場：関西大学社会学部B501A

## 因子間相関を拘束したプロクラステス回転法 – YG性格検査の120項目を12次元で検討 –

清水 和秋  
 関西大学社会学部

2020/2/22

1

### 問題

- 1) YG性格検査の因子構造：**12尺度**を対象として ← **SEM**  
 12尺度の因子の探索と確認 1973年(300名)、1986年(276名)、2003-2009(1256名)  
 3因子構造(3集団の同時分析) ← 清水・山本(2017a)
- 2) YG性格検査の因子構造：**尺度別に10項目**を対象として ← **EFA**  
 多分相関・WLSMV・Bifactor Geomin 回転 ← 清水・山本(2017b) N=1256  
 結果：O尺度とG尺度以外はBifactor構造であることをMplusで確認
- 3) YG性格検査の因子構造：**120項目**を対象として ← **Procrustes**  
 多分相関・WLSMV・target回転(斜交) ← 清水・山本(印刷中) N=1256  
 結果：Gは、等質性が低い因子軸の上に。OはDと重複。  
 12因子間の相関係数が、12尺度間の相関係数から乖離した値？  
 → **12尺度間相関係数を12因子間相関係数とするプロクラステス回転法**

2020/2/22

2

## 因子的不変性 factorial invariance

Selection problem:母集団の統計量と抽出された標本の統計量との関係に関する問題。

1 変数について：Pearson(1903)、行列展開(Aitken, 1934)

多変数について：Thomson(1938) (直交因子で展開、斜交については以下と1950年版に注記)

“The simple structure remain **invariant**, so that the primary factors can be identified with same interpretation as for the initial group of subjects.(Thurstone, 1947, p.471)” → “He recognized that factor loadings and factor covariances cannot be expected to be exactly **invariant** from one population to another (he used different age group an example), but he maintained that if there were a simple structure, exact **numerical invariance for loadings** could be expected from **several samples** drawn from **the same population**, within the limits of sampling error. ... Ahmavaara (1954) summarized the mathematical theory of invariance under selection (Cunningham, 1991, p.108)”

→ 因子軸の回転方法 = **Procrustes**法 (因子分析の世界からMDSの世界へ飛躍 (Gower & Dijksterhuis, 2004).)

Browne (2001, p.148). “A choice from several alternatives will be accompanied by capitalization on chance, requiring a follow up confirmatory factor analysis on new data (cf. Nesselroade and Baltes, 1984, pp. 272-273).”

→ SEM Jöreskog (1971), Horn, McArdle, & Mason (1983), Meredith (1993) → **因子的不変性の定義**

注：SEMの横断的研究を対象とした理論を縦断的研究へと展開したのはJöreskog (1979)とBollen (1989) などである。

2020/2/22

3

## Procrustes法

- 1) 因子分析を使った先行研究からの報告
  - ・ 因子行列 (因子負荷行列/因子パターン行列)
  - ・ 因子間相関行列
  - ・ 因子得点推定の重み行列  
(相関行列・因子パターン行列・因子間相関行列)
- 2) 先行研究の確認
  - 仮説 1：先行研究の因子行列  $G$
  - 仮説 2：先行研究の因子行列  $G$ ・因子間相関行列  $C_f$
  - 仮説 3：先行研究の共通因子
- 3) 新しいデータと仮説との近似
  - 仮説 1 → **Procrustes** 法
  - 仮説 2 → 因子間相関を固定した **Procrustes** 法 ← 今回の発表
  - 仮説 3 → 因子間相関を固定した **FACTORMAX** 法

2020/2/22

4

## Procrustes回転法：歴史と現在

1939 Mosier	最小二乗法を仮説的回転法として提案
1962 Hurley and Cattell	Procrustesと命名（斜交・準拠構造）
1966 Schönemann	直交Procrustes法を提案
<b>1975 Hakstian</b>	<b>因子間相関を拘束するProcrustes法を提案</b>
1972 Browne	target回転法 (Browne, 2001)
1972 芝	直交Procrustes法の理論Fortranプログラムを紹介
1979 芝	斜交のProcrustes法を追加
2004 Gower & Dijksterhuis	包括的まとめ“Procrustes Problems”そしてMDS < 割愛：最小二乗法の解法（アルゴリズム）やGPArotationの展開 >
2020 清水	<b>Hakstianの方法を再検討</b> <b>Rのスクリプトと適用例を発表</b>
番外：	
1978 清水・辻岡	<b>FACTORMAX法</b> （因子得点の重み行列から）

2020/2/22

5

## 測定モデルについての因子的不変性（Meredith、1993）

- (1) **布置不変性(configural invariance)**：1.0と固定した**因子パターンの要素を除いて、残りのすべての要素**を自由推定とする因子的不変性モデル。
- (2) **因子パターン不変性(factor pattern invariance)**：2集団間の因子パターンの全要素を同値として拘束する因子的不変性モデルである。
- (3) **強因子的不変性(strong factorial invariance)**：この因子的不変性モデルは、(2)の因子パターンの同値拘束に加えて、2集団間の独自因子を同値として拘束するものである。
- (4) **厳格な因子的不変性(strict factorial invariance)**：この因子的不変性モデルは、(3)に加えて、**因子間共分散**を同値に拘束するものである。共通因子分析モデルの全構成要素が、2つの集団間で同値であるとする最も厳格な因子的不変性のモデルである。このモデルが成立すると2つの集団間で測定が完全に等価であるといえるわけである。

以上は、SEMの世界で確立（清水、1989）

その一方で、探索的因子分析法では、**procrustes**法は(1)を追求としてきたともいえる。

2020/2/22

6

YG性格検査の12尺度を12因子とし仮定した場合のターゲット行列  
120項目×12因子 一部省略

	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S
D01	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D02	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D03	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D04	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D05	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D06	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D07	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D08	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D09	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C01	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C02	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C03	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C04	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C05	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C06	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C07	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C08	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C09	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I01	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I02	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I03	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I04	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
A02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

2020/2/22

7

### YG検査の尺度間相関行列

Table 1 YG性格検査12尺度間の相関行列と平均・標準偏差(N=1256)

	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S
抑うつ性(D: depression)	1											
回帰性傾向(C: cyclic tendency)	<b>0.560</b>	1										
劣等感(I: inferiority feelings)	<b>0.628</b>	<b>0.565</b>	1									
神経質(N: nervousness)	<b>0.671</b>	<b>0.621</b>	<b>0.685</b>	1								
客観性のないこと(O: lack of objectivity)	<b>0.621</b>	<b>0.563</b>	<b>0.435</b>	<b>0.519</b>	1							
協調性のないこと(Co: lack of cooperativeness)	<b>0.487</b>	<b>0.376</b>	<b>0.418</b>	<b>0.487</b>	<b>0.410</b>	1						
愛想のないこと(Ag: lack of agreeableness)	0.051	0.299	-0.149	0.099	0.192	0.171	1					
一般的活動性(G: general activity)	<b>-0.364</b>	-0.286	-0.503	-0.367	-0.195	-0.227	0.241	1				
のんきさ(R: rathymia)	-0.086	0.212	-0.138	-0.113	0.110	0.006	<b>0.489</b>	0.345	1			
思考的外向(T: thinking extraversion)	<b>-0.450</b>	-0.244	-0.276	<b>-0.489</b>	-0.316	-0.284	-0.125	0.087	0.245	1		
支配性(A: ascendancy)	-0.283	-0.177	<b>-0.498</b>	-0.307	-0.113	-0.196	0.333	<b>0.550</b>	<b>0.356</b>	0.068	1	
社会的外向(S: social extraversion)	-0.294	-0.094	<b>-0.409</b>	-0.307	-0.113	-0.237	0.290	<b>0.541</b>	<b>0.460</b>	0.130	<b>0.702</b>	1
平均	12.629	11.158	10.898	11.888	10.865	8.866	10.701	10.338	11.862	8.287	9.575	11.779
標準偏差	5.891	5.091	5.562	5.291	4.085	4.379	4.384	4.944	4.734	4.716	5.289	5.596

2020/2/22

8

## YG性格検査120項目の因子分析報告

1) 續・織田・鈴木(1970)は、12の尺度を因子分析により確認することができないと主張。續・織田・鈴木(1971)は、「因子分析の結果は、軸の回転を行なう余地の少ないもので、回転を行なっても稔り多い所見は得られないと判断された。(p.85)」と主張し、回転前の因子解から新しい5つの尺度を構成している(鈴木,1994)。

2) 玉井・田中・柏木(1985)は、直交プロクラステス回転法を適用。

3件法の項目間の相関行列から、このような尺度間の相関関係を無視し、尺度に対応する12の因子間に**直交の制約を置くプロクラステス回転**を採用している。(因子間相関行列は単位行列=12尺度は互いに独立している(相関係数はゼロ)と仮定)

3) 清水・山本(印刷中)

因子解の推定: Weighted Least Square Mean and Variance adjusted (WLSMV) 方法 (**多分相関**)

仮説的回転方法: **target回転法** (Browne, 2001)。斜交回転法

Mplus 7.4のTYPE=GENERALでこの回転法を使用。

2020/2/22

9

清水・山本(印刷中)

Table 1  
YG性格検査120項目の因子パターンと共通性

項目	因子												共通性
	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S	
D01	<b>0.68</b>	0.04	-0.05	0.02	0.58	0.11	-0.12	-0.07	-0.06	0.09	0.03	-0.14	0.65
D02	<b>0.65</b>	0.13	0.00	0.03	0.40	-0.01	-0.12	0.05	-0.05	-0.26	-0.04	0.01	0.55
D03	<b>0.59</b>	0.11	0.13	0.08	0.46	0.15	-0.26	-0.12	-0.09	0.07	0.07	0.04	0.65
D04	<b>0.74</b>	-0.03	0.04	0.19	0.21	0.11	-0.20	-0.08	0.15	0.07	0.23	-0.05	0.66
D05	<b>0.43</b>	0.01	0.23	0.28	0.24	0.08	-0.16	-0.03	-0.10	-0.26	0.14	0.02	0.57
D06	<b>0.49</b>	0.19	0.21	0.16	0.38	0.00	-0.07	0.03	-0.11	-0.29	-0.01	0.14	0.63
D07	<b>0.59</b>	0.15	0.12	-0.01	0.42	0.16	-0.03	0.06	-0.16	0.04	0.05	-0.03	0.55
D08	<b>0.60</b>	0.11	0.22	0.05	0.16	0.16	-0.08	-0.02	-0.10	0.01	0.07	-0.09	0.58
D09	<b>0.44</b>	0.09	0.03	0.04	0.44	-0.20	0.10	-0.15	0.03	-0.33	0.02	-0.12	0.48
D10	<b>0.79</b>	0.14	0.05	-0.12	0.26	0.20	-0.10	-0.08	-0.01	0.09	0.12	-0.08	0.69
C01	-0.19	<b>0.69</b>	-0.11	0.28	0.11	-0.07	0.46	-0.11	0.22	0.03	0.00	0.02	0.53
C02	0.10	<b>0.44</b>	-0.13	0.52	0.01	-0.10	0.16	-0.25	-0.01	0.05	0.12	-0.02	0.49
C03	-0.01	<b>0.33</b>	0.23	0.14	0.25	0.18	0.15	0.04	0.22	-0.12	-0.03	0.05	0.46
C04	0.34	<b>0.32</b>	0.23	0.20	0.01	-0.06	0.12	-0.10	0.22	0.07	0.06	-0.03	0.50
C05	0.36	<b>0.23</b>	0.13	0.27	0.14	-0.19	0.13	-0.12	0.18	0.00	-0.12	0.11	0.52
C06	0.14	<b>0.39</b>	0.26	0.02	0.31	0.01	-0.13	-0.03	0.17	-0.16	-0.03	-0.02	0.62
C07	0.07	<b>0.38</b>	0.11	0.15	0.42	0.05	0.11	-0.13	0.14	0.02	-0.21	0.02	0.50
C08	0.09	<b>0.21</b>	0.29	0.31	0.01	-0.05	0.19	-0.05	0.26	0.08	-0.07	0.13	0.40
C09	0.05	<b>0.74</b>	0.18	0.07	0.13	-0.13	0.25	-0.05	-0.17	0.02	0.09	-0.08	0.59
C10	0.02	<b>0.59</b>	0.10	0.30	-0.05	-0.26	0.35	-0.17	0.15	0.16	0.21	0.08	0.51

2020/2/22

10

## 清水・山本 (印刷中)

N01	-0.03	0.20	0.28	<b>0.48</b>	0.18	0.05	0.11	-0.08	-0.04	-0.07	-0.21	-0.03	0.57
N02	0.01	0.16	-0.15	<b>0.30</b>	0.14	0.34	0.09	-0.08	-0.18	-0.20	0.11	-0.21	0.56
N03	0.22	0.29	0.40	<b>0.50</b>	0.05	-0.15	-0.07	0.01	-0.12	-0.18	0.13	0.04	0.60
N04	-0.14	0.18	0.05	<b>0.59</b>	0.02	0.17	-0.06	0.07	-0.12	-0.41	0.06	-0.02	0.54
N05	0.21	0.13	0.36	<b>0.41</b>	-0.01	0.21	0.00	0.06	0.04	-0.06	-0.04	0.08	0.51
N06	0.13	0.24	0.36	<b>0.25</b>	0.11	0.16	-0.02	0.03	0.07	-0.12	-0.05	-0.13	0.53
N07	0.04	0.18	0.37	<b>0.44</b>	-0.26	0.04	0.21	0.13	-0.14	-0.21	0.06	0.03	0.48
N08	0.03	0.48	0.38	<b>0.42</b>	0.10	-0.09	-0.15	0.00	-0.04	-0.23	-0.01	0.07	0.60
N09	0.20	0.16	-0.02	<b>0.25</b>	-0.09	0.14	0.39	-0.03	-0.24	-0.15	-0.01	-0.08	0.42
N10	0.13	0.22	0.43	<b>0.24</b>	-0.09	0.10	-0.13	-0.01	0.13	-0.19	-0.05	-0.10	0.58
O01	0.43	0.11	-0.03	0.15	<b>0.28</b>	-0.02	0.03	-0.09	0.35	-0.05	0.13	0.00	0.46
O02	0.52	0.16	-0.03	0.07	<b>0.17</b>	-0.05	0.18	0.11	-0.07	-0.10	-0.13	0.11	0.52
O03	0.36	0.29	-0.03	-0.16	<b>0.34</b>	0.02	-0.25	0.01	0.07	0.05	-0.24	0.05	0.34
O04	0.14	0.12	0.26	0.16	<b>0.28</b>	-0.20	0.20	-0.03	0.01	-0.09	0.18	0.06	0.32
O05	0.42	-0.07	-0.04	-0.11	<b>0.45</b>	0.22	-0.08	-0.01	0.06	-0.06	0.13	0.01	0.36
O06	0.55	0.05	-0.08	-0.03	<b>0.15</b>	0.13	0.02	0.09	-0.04	-0.04	-0.03	0.05	0.29
O07	0.28	0.31	-0.04	0.04	<b>0.23</b>	0.08	-0.07	-0.08	0.19	-0.08	-0.01	0.20	0.37
O08	0.24	-0.01	0.18	0.07	<b>0.26</b>	-0.14	0.14	-0.06	0.30	0.03	-0.08	-0.18	0.30
O09	0.17	0.08	0.08	0.01	<b>0.42</b>	0.07	-0.21	-0.01	0.07	-0.17	0.19	-0.07	0.53
O10	0.38	0.30	0.00	-0.05	<b>0.39</b>	0.07	0.35	-0.06	0.11	0.03	-0.01	0.03	0.46

2020/2/22

11

## 清水・山本 (印刷中)

G01	-0.19	0.13	0.06	0.09	0.07	0.12	-0.30	<b>0.51</b>	0.22	-0.12	0.31	-0.14	0.72
G02	0.09	-0.01	0.09	-0.08	-0.02	-0.05	0.02	<b>0.74</b>	-0.03	0.13	0.06	-0.07	0.60
G03	-0.07	-0.08	-0.07	-0.16	0.04	0.09	0.07	<b>0.34</b>	0.32	-0.07	0.20	0.25	0.48
G04	-0.13	-0.28	0.03	-0.07	0.13	-0.08	0.16	<b>0.40</b>	0.22	0.02	0.00	0.13	0.51
G05	0.12	-0.04	-0.16	0.30	-0.02	0.15	-0.11	<b>0.99</b>	0.07	-0.09	0.24	-0.41	0.71
G06	0.00	-0.03	-0.07	0.28	0.00	0.08	0.07	<b>1.04</b>	-0.03	-0.04	0.24	-0.42	0.78
G07	-0.09	0.01	-0.05	-0.22	-0.02	-0.02	-0.21	<b>0.29</b>	0.41	-0.12	-0.08	0.17	0.48
G08	-0.04	-0.15	0.02	-0.05	0.07	0.10	0.04	<b>0.45</b>	0.21	0.19	0.15	0.26	0.47
G09	-0.14	-0.11	-0.11	0.13	0.16	-0.02	-0.15	<b>0.66</b>	0.49	-0.08	0.00	-0.25	0.61
G10	0.13	-0.06	0.19	0.20	-0.16	-0.06	-0.03	<b>0.58</b>	-0.08	0.13	0.09	0.17	0.70
R01	-0.01	-0.04	0.08	-0.38	0.09	0.12	0.22	0.17	<b>0.38</b>	0.10	0.01	0.13	0.30
R02	0.05	0.27	-0.01	-0.01	0.25	-0.03	0.19	0.13	<b>0.47</b>	0.40	-0.16	-0.09	0.32
R03	-0.20	0.13	0.25	0.00	-0.01	0.02	0.42	0.16	<b>0.44</b>	0.15	-0.05	0.29	0.48
R04	0.01	-0.03	0.13	-0.02	0.23	0.19	0.41	0.16	<b>0.36</b>	0.15	0.32	0.19	0.49
R05	-0.10	0.12	0.30	-0.17	0.29	-0.08	0.38	0.13	<b>0.53</b>	0.45	0.02	0.04	0.62
R06	0.01	0.34	-0.10	-0.06	0.01	0.10	-0.04	0.08	<b>0.66</b>	0.30	-0.18	0.13	0.57
R07	-0.10	0.21	-0.13	0.16	-0.08	0.09	0.33	0.16	<b>0.42</b>	-0.08	0.03	0.32	0.49
R08	-0.10	0.16	-0.10	0.03	0.03	0.10	0.18	0.14	<b>0.69</b>	0.05	0.02	0.09	0.54
R09	0.00	0.24	0.03	-0.10	-0.01	0.09	0.24	0.13	<b>0.48</b>	0.25	-0.04	-0.21	0.28
R10	-0.02	-0.10	-0.08	-0.10	0.25	0.03	0.15	0.20	<b>0.48</b>	0.14	-0.20	0.25	0.41

2020/2/22

12

## 清水・山本（印刷中）

A01	0.00	0.11	-0.28	-0.05	-0.04	0.03	0.11	-0.01	0.00	-0.02	<b>0.65</b>	0.51	0.71
A02	0.25	-0.09	-0.19	0.05	-0.16	0.08	0.03	0.16	-0.05	0.01	<b>0.52</b>	0.27	0.42
A03	0.14	-0.07	0.03	0.08	-0.03	-0.02	-0.11	0.38	0.28	-0.22	<b>0.34</b>	0.19	0.45
A04	0.03	0.13	-0.10	-0.13	-0.11	0.06	0.27	0.03	-0.02	0.17	<b>0.46</b>	0.38	0.50
A05	0.16	0.06	-0.23	-0.09	-0.11	-0.15	-0.07	-0.01	-0.09	-0.24	<b>0.48</b>	0.23	0.36
A06	0.08	-0.15	-0.16	0.04	0.17	-0.34	0.04	0.08	-0.13	-0.06	<b>0.37</b>	0.25	0.43
A07	-0.02	0.05	-0.28	0.14	0.06	0.06	-0.03	-0.06	0.03	0.16	<b>0.56</b>	0.45	0.53
A08	0.06	-0.06	0.04	0.08	0.17	-0.12	-0.01	0.39	0.08	-0.15	<b>0.21</b>	0.31	0.41
A09	0.01	0.03	-0.18	-0.02	0.12	0.09	0.11	0.11	-0.23	-0.09	<b>0.46</b>	0.23	0.32
A10	0.03	-0.03	-0.22	-0.02	0.04	0.03	0.11	0.03	-0.09	0.12	<b>0.63</b>	0.54	0.68
S01	-0.03	0.10	-0.16	-0.28	0.08	0.15	-0.03	-0.04	0.17	-0.15	0.41	<b>0.29</b>	0.67
S02	0.12	-0.10	0.00	0.09	0.03	-0.25	0.08	0.02	-0.09	0.19	0.39	<b>0.55</b>	0.77
S03	-0.20	0.11	0.19	-0.02	-0.06	-0.12	-0.05	0.03	0.15	-0.03	0.26	<b>0.83</b>	0.72
S04	0.13	-0.01	0.01	-0.11	0.08	-0.03	-0.02	0.12	0.10	0.05	0.49	<b>0.62</b>	0.60
S05	-0.04	-0.06	0.01	0.02	0.10	0.05	-0.04	0.07	0.15	-0.11	0.23	<b>0.67</b>	0.47
S06	-0.11	0.07	0.17	-0.04	-0.01	-0.13	-0.04	0.19	0.30	-0.08	0.15	<b>0.53</b>	0.49
S07	-0.01	0.08	-0.12	0.08	0.04	-0.01	0.02	0.16	0.25	-0.03	0.43	<b>0.57</b>	0.66
S08	-0.18	0.16	0.18	-0.04	0.07	-0.10	-0.21	0.02	0.10	0.01	0.37	<b>0.85</b>	0.73
S09	-0.11	0.21	-0.09	-0.13	-0.07	0.12	-0.29	-0.12	0.04	-0.06	0.46	<b>0.54</b>	0.72
S10	0.11	-0.22	-0.14	0.05	0.06	-0.01	0.21	0.07	-0.04	0.12	0.18	<b>0.50</b>	0.68

2020/2/22

13

## 清水・山本（印刷中）

Table 3

項目の因子パターンが仮説構造との一致の程度（玉井ほか(1985)の方式で算出）

	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S	合計	割合
完全一致	6	2	6	4	2	8	7	6	6	8	4	6	65	54.2
部分一致	4	2	0	2	0	1	2	1	2	0	3	3	20	16.7
不一致	0	6	4	4	8	1	1	3	2	2	3	1	35	29.2
合計	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	120	

注：完全一致は、該当する因子にのみ0.4以上の因子パターンの値であった項目の数。不完全一致は、他の因子でも0.4以上の因子パターンを示した場合。不一致は、当該因子には0.4以上の因子パターンの値を示さなかった場合。

Table 6

2次元因子空間における構成した尺度の布置から分類

	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S
D		○	○	○	×	○	○	◎	○	○	○	◎
C			○	×	×	△	△	○	△	○	◎	◎
I				×	○	○	△	◎	◎	◎	△	◎
N					○	○	○	◎	○	△	◎	◎
O						◎	○	○	△	○	○	○
Co							△	◎	○	◎	○	◎
Ag								○	△	△	○	◎
G									△	◎	○	◎
R										△	◎	△
T											◎	◎
A												×
S												

注：上三角で組み合わせを表示。◎は尺度が因子軸上に布置している場合。○は因子軸の近辺に布置している場合。  
△は因子軸から大きく離れた位置に布置している場合。×は完全に布置の位置がずれている場合。

14

清水・山本（印刷中）

Table 2  
12因子間の因子間相関行列

	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S
D	1.00	<b>0.560</b>	<b>0.628</b>	<b>0.671</b>	<b>0.621</b>	<b>0.487</b>	<b>0.051</b>	<b>-0.364</b>	<b>-0.086</b>	<b>-0.450</b>	<b>-0.283</b>	<b>-0.294</b>
C	0.06	1.00	<b>0.57</b>	<b>0.62</b>	<b>0.56</b>	<b>0.38</b>	<b>0.30</b>	<b>-0.29</b>	<b>0.21</b>	<b>-0.24</b>	<b>-0.18</b>	<b>-0.09</b>
I	0.30	0.07	1.00	<b>0.69</b>	<b>0.44</b>	<b>0.42</b>	<b>-0.15</b>	<b>-0.50</b>	<b>-0.14</b>	<b>-0.28</b>	<b>-0.50</b>	<b>-0.41</b>
N	0.38	-0.19	0.01	1.00	<b>0.52</b>	<b>0.49</b>	<b>0.10</b>	<b>-0.37</b>	<b>-0.11</b>	<b>-0.49</b>	<b>-0.31</b>	<b>-0.31</b>
O	-0.31	0.05	0.12	0.15	1.00	<b>0.41</b>	<b>0.19</b>	<b>-0.20</b>	<b>0.11</b>	<b>-0.32</b>	<b>-0.11</b>	<b>-0.11</b>
Co	-0.03	0.58	0.02	-0.05	0.31	1.00	<b>0.17</b>	<b>-0.23</b>	<b>0.01</b>	<b>-0.28</b>	<b>-0.20</b>	<b>-0.24</b>
Ag	0.36	-0.29	0.23	0.19	-0.10	-0.46	1.00	<b>0.24</b>	<b>0.49</b>	<b>-0.13</b>	<b>0.33</b>	<b>0.29</b>
G	-0.05	-0.21	-0.32	-0.18	-0.23	-0.42	0.35	1.00	<b>0.35</b>	<b>0.09</b>	<b>0.55</b>	<b>0.54</b>
R	-0.12	0.22	-0.18	-0.01	0.02	0.26	-0.37	-0.24	1.00	<b>0.25</b>	<b>0.36</b>	<b>0.46</b>
T	0.05	-0.38	-0.03	0.18	-0.13	-0.49	0.49	0.19	-0.34	1.00	<b>0.07</b>	<b>0.13</b>
A	-0.37	0.14	-0.05	-0.29	0.13	0.26	-0.17	-0.08	0.38	-0.26	1.00	<b>0.70</b>
S	0.10	-0.20	-0.22	0.07	-0.20	-0.45	0.38	0.60	-0.10	0.30	<b>-0.25</b>	1.00

注：上三角はYGの尺度間相関行列（再掲）、下三角は12因子間相関行列（Mplusのtarget回転解）

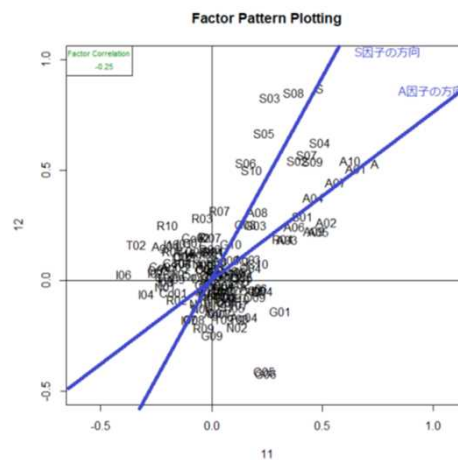
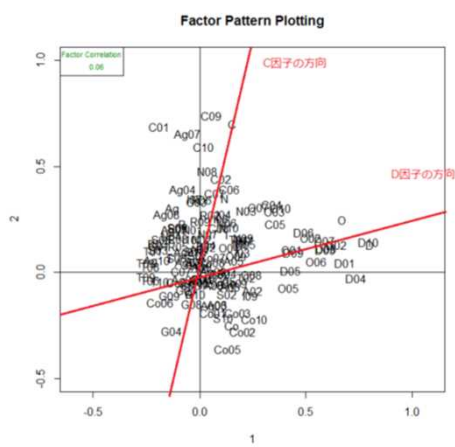
2020/2/22

15

DとCの布置図（左）

AとSの布置図(右)

前のスライドで尺度間の相関とを比較すると  
左の図では**赤線**のように、右の図では**青線**のように  
軸を**回転させた方がいい**と考えられる。でも、**target**回転法ではここまで。



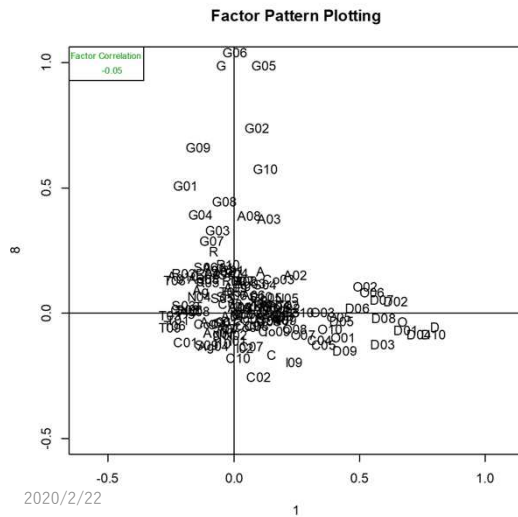
2020/2/22

16



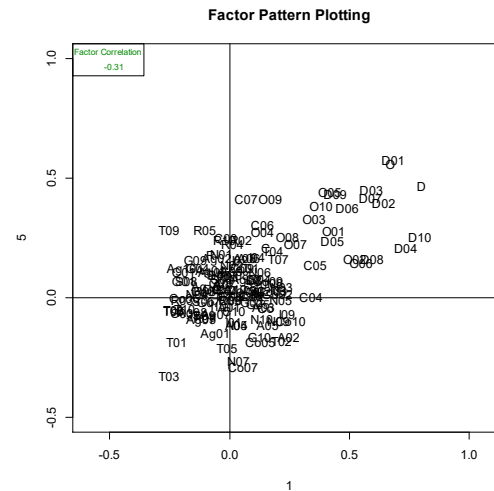
## DとGの布置図 (左)

Dは等質的、Gは低い項目を合成すると因子軸に布置する (因子的真実性)



## DとOの布置図 (右)

DとOの項目は混在しながら布置している。  
O06 (たびたびねつかれないで困ることがある)、O02 (心配でねむれぬことがたびたびある)、O01 (わけもなく喜んだり悲しんだりする)、O05 (頭がよくなったり、悪くなったりきまらない)では、D因子の因子パターンの値が0.4を越えている。O06やO02の因子パターンは「客観性のないこと (O: lack of objectivity)」よりは「抑うつ性 (D: depression)」に明らかに高い。



17

3種類のProcrustes法  $G$ 仮説的行列、 $V_0$ 直交行列、 $T$ 変換行列、 $C_f$ 因子間相関行列

1) **Oblique Procrustes** 法(Hurley and Cattell, 1962) **準拠軸での展開**

$$E = V_0 T_r - G \Rightarrow T_r = (V_0' V_0)^{-1} V_0' G$$

2) **Orthogonal Procrustes** 法(Schönemann, 1966) **直交軸での展開**

$$E = V_0 T - G, \quad T' T = T T' = I \Rightarrow T = V_0' G (G' V_0 V_0' G)^{-1/2}$$

3)  **$C_f$  constrained factor transformation** (Hakstian, 1975) **因子軸での展開**

Hakstian, A. R. (1975). Procedures for  $\Phi$ -Constrained Confirmatory Factor Transformation.

*Multivariate Behavioral Research*, 10, 245-253.

これを引用している海外の文献は1件のみ:

Ten Berge, J. M. (1983). On Green's best linear composites with a specified structure, and oblique estimates of factor scores. *Psychometrika*, 48, 371-375.

2020/2/22

18

## 因子間相関を固定したプロク拉斯テス回転法

$$V_{fp} = V_o \left( T_f' \right)^{-1} \quad \text{因子パターン行列 } V_{fp} \text{ を回転前の因子行列 } V_o \text{ に因子軸の変換行列から得る。}$$

$$C_f = T_f' T_f \quad C_f = Q \Lambda^2 Q' \quad \text{因子の変換行列から因子間相関行列を計算、その分解}$$

$$T_f = T \Lambda Q' \quad \text{未知の直交変換行列 } T \text{ から斜交の因子の変換行列 } T_f \text{ を定義}$$

$$\text{ただし、} T'T = TT' = I \quad \text{直交の因子の変換行列}$$

$$T_f' = Q \Lambda T' \quad \text{斜交因子の変換行列を転置行列}$$

$$\begin{aligned} \left( T_f' \right)^{-1} &= \left( T' \right)^{-1} \Lambda^{-1} \left( Q \right)^{-1} \\ &= T \Lambda^{-1} Q' \end{aligned} \quad \text{ここで、} U = \Lambda^{-1} Q' \quad \text{とおく。注：先行研究の因子間相関から既知となる。}$$

$$V_{fp} = V_o T U \quad E = V_o T U - G \quad \text{Hakstianによる}$$

2020/2/22

19

$$g(T) = \text{tr}(E'E) \quad \text{この関数を最小化する。}$$

$$= \text{tr}[(V_o T U - G)'(V_o T U - G)]$$

$$= \text{tr}[T' U' V_o' V_o T U - 2T' U' V_o' G + G' G]$$

$$f(T) = \text{tr}(T' U' V_o' G) - \text{tr}[A(T'T - I)] \quad A \text{ をラグランジェの未定行列とする}$$

$$\frac{\partial f(T)}{\partial T} = V_o' G U' - T(A + A) = 0 \quad T \text{ でこの関数を偏微分し、結果をゼロとおく}$$

$$V_o' G U' = T L \quad (A + A) \text{ を } L \text{ とする。この行列は対象行列。}$$

Hakstianは、 $T' V_o' G U' = L$  から  $T'S = L$  とし、 $S'S = YD^2 Y$ 、 $SS' = XD^2 X$  以上から  $T = X^* Y'$ 、ここで  $X^*$  は、 $X'SY$  の対角の値によって逆転させる。 $V_{fp} = V_o T U$

以下は、芝(1972)の直交プロク拉斯テス回転と清水(1981)の因子間相関を拘束した斜交因子得点を参考に展開。

$$\begin{aligned} UG'V_o'V_o'GU' &= LT'TL \\ &= L^2 \end{aligned} \quad (UG'V_o'V_o'GU')^{\frac{1}{2}} = L$$

2020/2/22

20

$$V_0'GU' = TL$$

この式の両辺に右から $L^{-1}$ をかける

$$V_0'GU'L^{-1} = T$$

$$T = V_0'GU'(UG'V_0V_0'GU')^{-\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} TT' &= (UG'V_0V_0'GU')^{-\frac{1}{2}}UG'V_0V_0'GU'(UG'V_0V_0'GU')^{-\frac{1}{2}} \\ &= I \end{aligned}$$

以上から、因子の変換行列 ${}_eT_f$ は次のように計算することができる。

$${}_eT_f = V_0'GU'(UG'V_0V_0'GU')^{-\frac{1}{2}}U$$

$$\begin{aligned} Y_{fs} &= V_0V_0'GU'(U'G'V_0V_0'GU')^{-\frac{1}{2}}U \\ &= V_0({}_eT_f')^{-1} \end{aligned}$$

2020/2/22

21

因子間相関を拘束したプロクラステス回転の結果

因子間相関行列												
	D	C	I	N	O	Co	Ag	G	R	T	A	S
D	1.000	0.560	0.628	0.671	0.621	0.487	0.051	-0.364	-0.086	-0.450	-0.283	-0.294
C	0.560	1.000	0.565	0.621	0.563	0.376	0.299	-0.286	0.212	-0.244	-0.177	-0.094
I	0.628	0.565	1.000	0.685	0.435	0.418	-0.149	-0.503	-0.138	-0.276	-0.498	-0.409
N	0.671	0.621	0.685	1.000	0.519	0.487	0.099	-0.367	-0.113	-0.489	-0.307	-0.307
O	0.621	0.563	0.435	0.519	1.000	0.410	0.192	-0.195	0.110	-0.316	-0.113	-0.113
Co	0.487	0.376	0.418	0.487	0.410	1.000	0.171	-0.227	0.006	-0.284	-0.196	-0.237
Ag	0.051	0.299	-0.149	0.099	0.192	0.171	1.000	0.241	0.489	-0.125	0.333	0.290
G	-0.364	-0.286	-0.503	-0.367	-0.195	-0.227	0.241	1.000	0.345	0.087	0.550	0.541
R	-0.086	0.212	-0.138	-0.113	0.110	0.006	0.489	0.345	1.000	0.245	0.356	0.460
T	-0.450	-0.244	-0.276	-0.489	-0.316	-0.284	-0.125	0.087	0.245	1.000	0.068	0.130
A	-0.283	-0.177	-0.498	-0.307	-0.113	-0.196	0.333	0.550	0.356	0.068	1.000	0.702
S	-0.294	-0.094	-0.409	-0.307	-0.113	-0.237	0.290	0.541	0.460	0.130	0.702	1.000

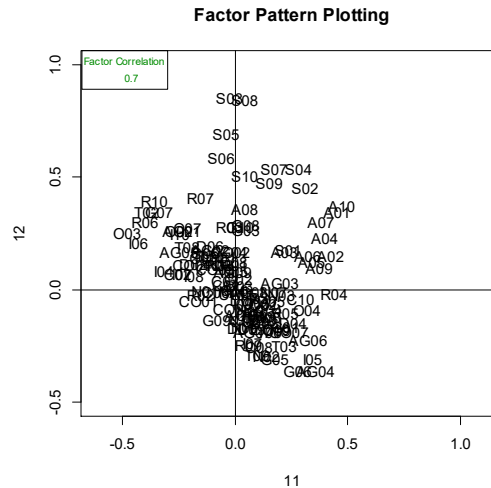
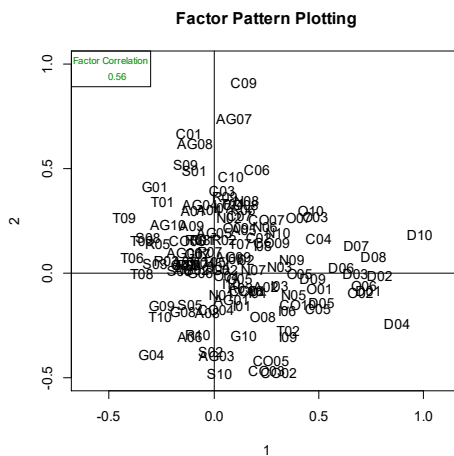
2020/2/22

22



## DとCの布置図 (左)

## AとSの布置図(右)



2020/2/22

11

25

おわりに

## 残っている課題

- (1)仮説的行列 $G$ を適切に定めるには  
→不完全プロクラステス (芝, 1979)
- (2)因子間相関行列 $C_f$ を適切に定めるには  
さらに、
- (3)最小化のアルゴリズムを改善するかどうか
- (4)Factormax法を復活させるか
- (5)Rotoplot法による視覚的回転を利用するかどうか
- (6)ESEM : Exploratory SEMとの比較をするかどうか

そして、

**心理尺度とは。**これを確認する研究計画・手続き・方法とは。

尺度の不変性をSEMで検証できる場合。

項目の数が多く、複雑な関係が項目間に潜む場合。

$\alpha$  係数による尺度の信頼性の評価 →  $\omega$  と因子的真実性 (Cattell & Tsujioka)

2020/2/22

26

## Anyway 尺度の確認ということは

### 因子的不変性

◎複数集団の素点データがあれば → ① SEMで確立された方法  
(あるいは各集団の平均・分散・共分散があれば)

○先行研究のパターンから仮設構造 → ② Procrustes (諸) 法

▲残っている課題はターゲット行列  $G$  の構成

→そこで、 $G$ を使わない方法を考えた。

先行研究の因子得点の評価システムに新しいデータを置いてみる

→ ③ FACTORMAX法

YGの120項目の場合、①と③は使えない。②も  $G$ をどうするか?

そこで、一昨日、中華を4年生と食べながら考えた。

$S = ZW_s$   $Z$ : 項目得点行列、 $S$ : 尺度得点行列、 $W_s$ : 尺度採点行列

$F = ZW$   $F$ : 尺度得点行列、 $W$ : 因子得点推定の重み行列

2020/2/22

27

## 尺度採点の適切性を新しいデータ確認する方法法

$$S = Z_p W_g \quad \hat{F}_p = Z_p R^{-1} V_{fs}$$

$$C_f = Q A^2 Q' \quad C_f = Q A^2 Q' \quad C_f^{\frac{1}{2}} = Q A Q'$$

$$\hat{F}_p = Z_p R^{-1} V_0 T C_f^{\frac{1}{2}} \quad T' T = I$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} S \hat{F}_p' &= W_g' \frac{1}{N} Z_p' Z_p R^{-1} V_0 T C_f^{\frac{1}{2}} \\ &= W_g' V_0 T C_f^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$F(T) = tr \left( W_g' V_0 T C_f^{\frac{1}{2}} \right) - tr [A(T' T - I)]$$

$$\frac{\partial f(T)}{\partial T} = tr \left( W_g' V_0 T C_f^{\frac{1}{2}} \right) - tr [A(T' T - I)]$$

$$V_0' W_g C_f^{\frac{1}{2}} = T(A + A) = TL$$

$$C_f^{\frac{1}{2}} W_g' V_0 V_0' W_g C_f^{\frac{1}{2}} = L T' T L = L^2$$

$$L^{-1} = (C_f^{\frac{1}{2}} W_g' V_0 V_0' W_g C_f^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$

$$TL = V_0' W_g C_f^{\frac{1}{2}}$$

$$T = V_0' W_g C_f^{\frac{1}{2}} (C_f^{\frac{1}{2}} W_g' V_0 V_0' W_g C_f^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$

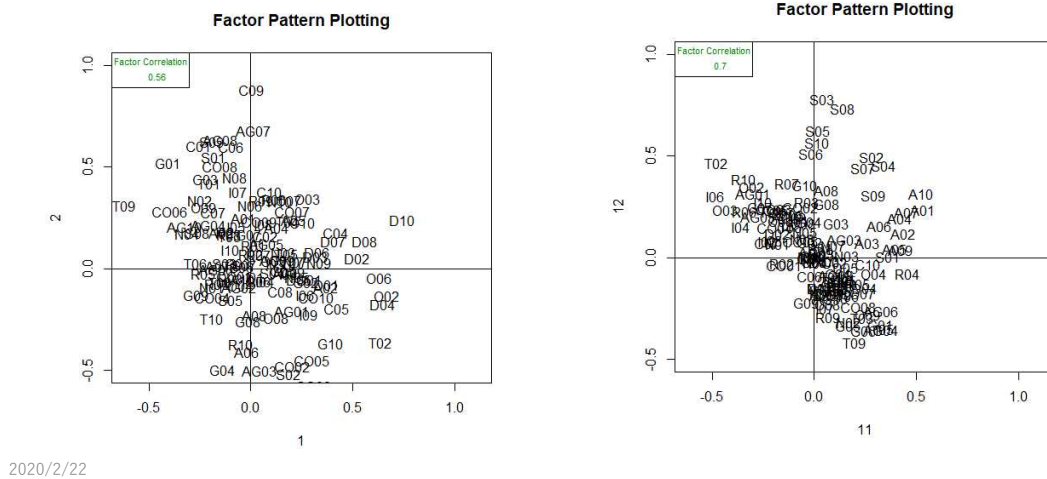
2020/2/22

28



## DとCの布置図 (左)

## AとSの布置図(右)



2020/2/22

31

## 引用文献(一部)

- Browne, M. W. (1972a). Orthogonal rotation to a partially specified target. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 25, 115-120.
- Browne, M. W. (1972b). Oblique rotation to a partially specified target. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 25, 207-212.
- Browne, M. W. (2001). An overview of analytic rotation in exploratory factor analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 36, 111-150.
- Cattell, R. B., & Tsujioka, B. (1964). The importance of factor-trueness and validity, versus homogeneity and orthogonality, in test scales. *Educational and Psychological Measurement*, 24, 3-30.
- Gower, J. C., & Dijksterhuis, G. B. (2004). *Procrustes problems*. Oxford University Press.
- Hakstian, A. R. (1975). Procedures for  $\Phi$ -Constrained Confirmatory Factor Transformation. *Multivariate Behavioral Research*, 10, 245-253.
- Hurley, J.R., & Cattell, R.B. (1962). The Procrustes program: Producing direct rotation to test a hypothesized factor structure. *Behavioral Science*, 7, 258-262.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (1998-2015). *Mplus user's guide* (7th ed.). Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Schönemann, P. H. (1966). A generalized solution of the orthogonal procrustes problem. *Psychometrika*, 31, 1-10.

2020/2/22

32



- 芝 祐順 (1972, 1979). 因子分析法 (初版、第2版) 東京大学出版会.
- 清水 和秋 (1989). 検証的因子分析, LISRELそしてRAMの概要. 関西大学社会学部紀要, 20(2), 61-86.
- 清水 和秋 (2010). 項目因子分析で構成した尺度の因子パターン, 共通性, 信頼性そして因子的真実性 関西大学心理学研究, 1, 9-24.
- 清水 和秋 (2014). 共通因子空間における観測変数の布置 関西大学心理学研究, 5, 1-9.
- 清水 和秋・辻岡 美延 (1978). FACTORMAX法による確認的因子分析－因子間相関を固定しつつ因子推定値間の積和を最大化する方法－ 日本社会心理学会第19回発表論文集, 64-65.
- 清水 和秋・辻岡 美延 (1979). FACTORMAX法による確認的因子分析－Y-G性格検査について－ 日本教育心理学会第21回総会発表論文集, 842-843.
- 清水 和秋・山本 理恵 (2017a). YG性格検査の因子の構造－多集団同時分析による3次元構造の確認－ 関西大学社会学部紀要, 48(2), 1-25.
- 清水 和秋・山本 理恵 (2017b). YG性格検査の12尺度の内部構造－カテゴリー因子分析のBifactor Geomin回転－ 関西大学社会学部紀要, 49(1), 1-31.
- 鈴木 眞雄 (1994). “The Big Five”と續・織田・鈴木の5因子の比較 愛知教育大学研究報告 (教育科学編), 43, 119-124.
- 玉井 寛・田中 芳美・柏木 繁男 (1985). 項目単位の因子分析によるY-Gテストの次元性の確認 心理学研究, 56, 292-295.
- 續 有恒・織田 揮準・鈴木 眞雄 (1970). 質問型式による性格診断の方法論的吟味－YG性格検査の場合－ 教育心理学研究, 18, 33-47.
- 續 有恒・織田 揮準・鈴木 眞雄 (1971). 質問型式による性格診断の方法論的吟味：II－YG性格検査の洗練の試み－  
20教育心理学研究, 19, 85-97.