

```

## 因子間相関を拘束したprocrustest回転 2020.02.13 清水和秋
## Hakustian(1975)を下に、芝(1979)の直交プロクラステス法と
## 清水(1981)の斜交因子得点の最小二乗法(偏微分の展開)を応用
##
## 準備:
##  $V_{fp} = V_o (Tf')^{-1}$ 
##  $C_f = Tf' Tf = Q \Delta 2Q'$ 
## Hakustianに従って  $Tf = T \Delta Q'$  とおく。ここで、 $T' T = T T' = I$ 。
## 以上から  $(Tf')^{-1} = T \Delta (-1) Q'$  とする。
##  $U = \Delta (-1) Q'$  そして、 $V_{fp} = V_o TU$  である。
## 既知の行列
## G : 仮説行列 (先行研究から構成)
## Cf : 因子間相関行列 (先行研究において既知)
##  $U = \Delta (-1) Q'$ 
## 直交因子の場合には  $C_f = I$  (単位行列) とする。
## (芝(1979)の直交プロクラステス解 (p.165)に一致する。)
##  $V_o$  : 回転前の直交因子行列 (回転の対象)
## 最小二乗推定:
##  $E = V_o TU - G$  この差を最小二乗法的に最小化する。
##  $f(T) = \text{tr}(E' E)$  この関数をTで偏微分する。Lをラグランジェの未定行列
## とすると  $L = (UG' V_o V_o' GU') (1/2)$  となり、これにより
##  $T = V_o' GU' (UG' V_o V_o' GU')^{-1/2}$  として直交変換行列を得ることができる。
## そして、 $Tf = TU$ により斜交の因子軸変換行列を得ることができる。
##
## input G : target pattern matrix target_patter.xlsx
## Cf: factor correlation matrix factor_correlation.xlsx
## Vo: unrotated factor matrix unrotated_factor.xlsx
## nv : number of variables
## nf : number of factors
## 確認済み:
## 直交因子: 芝(1979)の直交プロクラステス解 (p.165)に計算結果が一致。
## 斜交因子: Hakustian(1975)のTable1 (p.252)に計算結果が一致。
##
library(openxlsx)

## 行列の読み込み (Excel)
Vo <- read.xlsx("unrotated_factor.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE)
G <- read.xlsx("target_pattern.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE)
Cf <- read.xlsx("factor_correlation.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE)
Nv <- nrow(Vo)
Nf <- ncol(Vo)
Vo <- as.matrix(Vo, nrow=nv, ncol=nf)
G <- as.matrix(G, nrow=nv, ncol=nf)
Cf <- as.matrix(Cf, nrow=nv, ncol=nf)

## 因子間相関行列の分解 QとΔ2を計算
egv_Cf <- eigen(Cf)
Cf_v <- egv_Cf$values
Cf_Q <- egv_Cf$vectors
Cf_sqrt <- diag(sqrt(Cf_v))

## Uの計算  $U = \Delta^{-1} Q'$ 
U <- solve(Cf_sqrt) %>% t(Cf_Q)

## Lの計算  $L = (UG' V_o V_o' GU') (1/2)$ 
L2 <- U %>% t(G) %>% V_o %>% t(V_o) %>% G %>% t(U)
egv_L2 <- eigen(L2)
L2_v <- egv_L2$values
L2_Q <- egv_L2$vectors
L2_sqrt_v_inv <- diag(1/sqrt(L2_v))

L <- L2_Q %>% L2_sqrt_v_inv %>% t(L2_Q)

## Tの計算  $T = V_o' GU' (UG' V_o V_o' GU')^{-1/2}$ 
T <- t(V_o) %>% G %>% t(U) %>% L

## Tfの計算  $Tf = TU$ 
Tf_t_inv <- T %>% U

```

```

## 因子間相関行列の計算：入力した値との確認
Tf_t <- solve(Tf_t_inv)
Tf <- t(Tf_t)
Cf <- t(Tf)%*%Tf

## 因子軸と準拠軸との相関からなる対角行列 K
Kcf <- solve(Cf)
KK <- 1/sqrt(diag(Kcf))
K <- diag(KK, Nf, Nf)

## 準拠軸間の相関行列と変換行列の計算
Cr <- K%*%solve(Cf)%*%K
Tr <- solve(t(Tf))%*%K

## 斜交4因子行列の計算
Vfp <- Vo%*%Tf_t_inv
Vrs <- Vo%*%Tr
Vfs <- Vfp%*%Cf
Vrp <- Vrs%*%solve(Cr)

## 計算結果の出力
write.xlsx(Vfp, file="Vfp_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append = FALSE)
write.xlsx(Vrs, file="Vrs_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append=FALSE)
write.xlsx(Vfp, file="Vrp_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append = FALSE)
write.xlsx(Vrs, file="Vfs_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append=FALSE)
write.xlsx(Tf, file="Tf_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append = FALSE)
write.xlsx(Cf, file="Cf_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append = FALSE)
write.xlsx(Cr, file="Cr_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append = FALSE)
write.xlsx(Tr, file="Tr_cons.xlsx", colNames=TRUE, rowNames=TRUE, append = FALSE)

### end

```