

応用心理測定研究会
第6回研究会 2023.2.11
於：京都先端科学大学

数理統計学の心理測定への 「応用」について

清水 和秋

関西大学

shimizu.kz.au[at]gmail.com

ポイント

- **Update**

- 学問：discipline → 学問分野 → interdisciplinary

- 読書・研究による知識(習得)：learning

- 研究・学業：study

- 学識：scholarship

- 教育：education

- discipline

- 英語辞書：1 **訓練**・**鍛錬**・しつけ・修養、2 規律・**統制**・抑制・自制(心)・**自律, 忍耐**(力)、3 懲罰・懲戒・試練・**苦行**、**4** (主に大学の) 学科, 学問[専門]分野(subject)、academic disciplines：学科、学問分野：scientific disciplines 主として英語では1から3

- **SEM**の用語：訳語の混在

- 心理測定：データ解析から数理統計の応用へ

.

市川 惇信 (1997) 「ディシプリン」 を考える (< 特集>" 研究・技術計画" のディシプリンを問う) 研究 技術 計画, 10(3_4), 142-146.

https://www.jaist.ac.jp/coe/library/jssprm_p/1995/pdf/1995-sympo8.pdf

Disciplineの辞書的定義を引用しながら次の議論を行っている。

『何故「**教育, 訓練, しつけ**」が「**学問分野**」になったのか. この背景には, 江戸時代において, 武芸・文芸諸道が成立する過程で, ○○道の△△流という形態ができあがったこと, すなわち教育の仕方を**問題解決の方法の体系**に等置したことに関係があるのかもしれない。』

『好運は同時に不運でもある。この場合に不運は, 我が国においては, 体系化された導入学問が「**正統な学問**」とされ, それ以外は異端となった, ことにある。すなわち, 「**教育のための体系の単位**」が「**学問分野**」と認識されることとなった。 **体系の延長が「正統な研究」**であり, **眼前にある具体的問題から研究課題を見いだすこと**は, 正統ならざる **異端の行為**となった。今日でも, 特に大学・研究所等において, **基礎研究**はこれまでの学術的成果を延長する「**高尚**」なことであり, 現実の問題から生まれる課題を研究することは, たとえそれが「**基礎**」を研究することであっても「**応用研究**」として一括し, 一段低く見る態度が牢固として残存している。このことには, 現在通用している「**基礎研究**」「**応用研究**」の定義も貢献していよう。』

『**学問分野**は「**特殊な問題の発見と設定, およびその解決**」があってはじめて形成されるものである。このことは, 「science」という言葉が「philosophy」に換わって用いられるようになり今日に伝わる多くの学問分野が作り出された19世紀における数々の業績を記した歴史書に明かである。また, 第2次大戦中から今日に至る新しい科学技術の発展を眺めてもそうである。』

研究者（専門職）への道

- 心理学分野

「基礎心理学」と「応用心理学」の区分があった。

基礎については、これを名乗ることは少なかった。「心理学専攻」であった。

これに対して、**応用**分野は、例えば「教育心理学専攻」「臨床心理学専攻」「産業心理学専攻」などのように独立した専攻名とすることもあった。このような専攻では、基礎的領域をそれぞれの特徴に合わせて配置することでカリキュラムを構成していた。

- 埋め込まれているもの:Embeddedness

カリキュラム：教育の**目的** → 教育**科目群**

「基礎」と「応用」で科目群の中身が異なる。

結果として心理学が名ばかりとなりかねない。公認心理師の標準カリキュラムは一つの方向か。

- Ph. D. (Doctor of Philosophy)

Ph.D.の授与を受けるには一般的に、所定の在学期間の後、まず**所定科目の筆記試験**および**口頭試験**に**合格**し、**博士学位請求論文**を提出する。その後、数人の研究者で構成される審査委員会の口頭試問にも**合格**する必要がある。

はじめに

- 1) 学内のある会議の席で、受講生にアンケートしたところ「共分散構造分析」を学生たちがまったく知らないとある教員が唐突に発言した。これには、心理測定学（法）では「SEM」を教えていると反論した。
- 2) ある院生から、清水研究室にはタブーがある。「多母集団」を使ってはいけないという。

1) について SEMの用語：英語圏と日本語圏の比較

- 「共分散構造分析」／「構造方程式モデリング」

Google Scholar 検索：2023.01.24

Covariance Structure Analysis 約 15,300件

Structural Equation Modeling 約 **1,320,000** 件

共分散構造分析 約 **11,200** 件

構造方程式モデリング 約 3,700 件

(少数派)

- 「多集団同時分析」／「多母集団分析」

"Multi population analysis" 約 230 件

"multi group analysis" 約 **16,900** 件

多母集団分析 約 **220** 件

多集団同時分析 約 52 件 多集団同時分析 5 件

(少数派)

Cattell先生から、そして、辻岡先生から

- 心理学の研究では理論と方法論の両方を大切にすべき。
 <理論＝「机上の学問」となるかも><方法論＝「歩きながら考える」その道具>
- 1970年代頃までの心理測定の方法：
 最小二乗法 → 固有分解と逆行列（例えば、Thurstone(1937) など）
 分析結果の解釈は、計算結果の数値から、そして、理論の構築へ。
- 必要となる数学知識
 確率論と線形代数（例えば、因子分析のモデル式）
- 信頼できる尺度の構成
 項目分析 → 因子分析
- 妥当性の検討
 統計的仮説検定に加えて、回帰分析、判別分析、クラスター分析など
- 普遍性のある尺度
 因子的不変性：複数の集団において不変な結果を得ることができるか

Jöreskog (2007) 因子分析とその拡張：100年の歴史

“In the first half of the 20th century, factor analysis was mainly developed by psychologists for the purpose of **identifying mental abilities by means of psychological testing**. ... The most prominent factor analysts **in the first half of the 20th** century seem to be Godfrey Thomson, Cyril Burt, Raymond Cattell, Karl Holzinger, Louis Thurstone, and Louis Guttman.

In the 1950s, there seem to be **two schools** of factor analysis: **the psychometric school** and **the statistical school**. The **psychometric school** regarded the battery of tests as a selection from a large domain of tests that could be developed for the same psychological phenomenon and **focused on the factors in this domain**. By contrast, **the statistical school** regarded the number of tests as fixed and **focused on the inference from the individuals being tested to a hypothetical population of individuals**.

Whereas the factor analysis literature in **the first half of the 20th century** was dominated by psychologists, the literature of **the second half of the century** was dominated by statisticians. In fact, there has been an enormous development of the statistical methodology for factor analysis in the last 50 years. This has been accompanied by an equally enormous development of **computational methods for factor analysis**. During this period, the applications of factor analysis spread from psychology to many other disciplines, for example, international relations, economics, sociology, communications, taxonomy, biology, physiology, medicine, geology, and meteorology.

This chapter is an attempt to give an account of the developments of factor analysis as a statistical method in the last 50 years and its extensions from **classical exploratory factor analysis to confirmatory factor analysis, multiple-group factor analysis, structural equation models, and general covariance structures**. “

心理測定から数理統計へ

a) データを説明：潜在する構造を探索 → モデルの構築

多変量解析（因子分析も含む） ← 最小二乗法 高校の数学（線形代数） + 行列 ← 心理測定
（学習指導要領の改訂で、2012年度に高校の数学から行列が消えた。）

変数の係数を全て計算し、ここから結果を解釈し、心理学的なモデルを構築

モデルを固定と自由(拘束)の2つパラメータで構成、自由パラメータを推定 ← 最尤法 数理統計学

b) 集団を対象として → 母集団を対象として

Bentler (1986) “the **distinction between population and sample** has become increasingly recognized as critical to the conceptualization of **models and methods** within many subfields of psychometrics (p.37)”

パラメータの推定方法 ← 最尤法 数理統計学

Lawley (1940) Lawley & Maxwell (1963) 最尤法を因子分析に導入 丘本(1970)

Jöreskog(1969) 実用的な最尤解の推定 詳しくは清水 (1994)。

c) 統計的検定（ワルド検定）と適合度指標の導入

因子分析からSEMへ その1

1) 因子分析（**探索的因子分析 exploratory factor analysis**）

Step 1 構成概念（対象・現象）について質問項目を収集する。

Step 2 質問項目の反応カテゴリ数と質問の順番など質問紙のデザインを決める。

Step 3 調査対象者を特定し、調査を行う。

Step 4 因子分析を行う。

（因子数の決定・因子解の推定方法・因子軸の回転方法）

Step 5 因子の解釈と尺度の構成

（解釈の対象とする項目を選び出す因子パターンの基準、構成した尺度の報告）

Step 6 尺度の信頼性と妥当性の検討

因子分析からSEMへ その2

2) 探索から確認・検証へ：**science**としての条件

①標本について

望ましくは → 母集団からランダムに抽出した標本を対象にした分析
でも、実際は → 標本調査の手順が不十分な標本を対象とした分析

②科学的判断とその根拠

- 測定モデルの**不変性 invariance** あるいは **等価性 equivalence**
- 構造平均モデル（**集団の平均の違い**）
- 統計的判断

因子分析からSEMへ その2'

2') SEMにより実現したこと。

→ 測定モデルの**不変性 invariance** あるいは 等価性 equivalence

確認的因子分析(confirmatory factor analysis) : **統計的検定の導入** Jöreskog(1969)

多集団同時分析(multi-group simultaneous analysis)による**検証** Jöreskog(1971)

布置不変性、因子パターン不変性、強不変性、厳格な不変性 Meredith(1993)

→ 構造平均モデル (平均の違い) 、

因子得点の平均の推定 (**集団間** : Sörbom(1974)、**時間軸** : Bollen(1989))

→ **統計的判断**としての検定 (最尤法: maximum likelihood : 多変量正規分布)

因子分析からSEMへ その3

3) 因果的な関係性 **causal relationships**

相関関係 (←共分散関係)

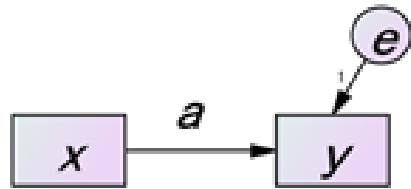
影響の程度 (←パス解析(パス分析path analysisとも呼ばれる))

観測変数での影響の分析 (重回帰分析regression analysisの応用)

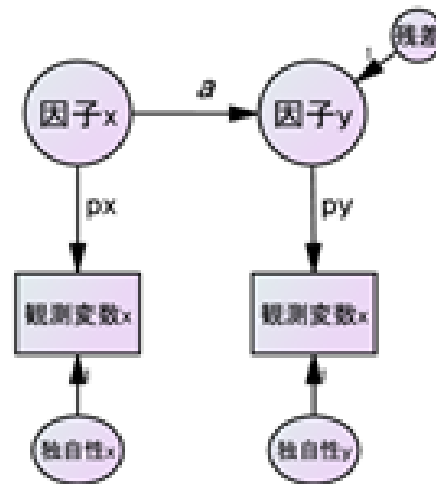
$\hat{y}_i = ax_i + b$ a: 偏回帰係数、b: 切片 : 予測値 xからyを予測する。

$e_i^2 = (y_i - \hat{y}_i)^2$ → 最小化 最小二乗法 は誤差ではなく残差。

評価: yととの相関が重相関係数、この2乗が決定係数。



共分散構造分析 はじまりは
LISREL: Linear Structural Relations



2つの変数での回帰分析と対応させた図。

観測変数1つで1つの因子という測定モデルは非常に特殊な考えである。通常は、共通因子と呼ばれるように複数の観測変数から因子が構成される。

この図は、aの大きさが観測誤差から独立であることを意味する。

SEMアプリであるLISRELの歴史（清水, 1994）

UMLFA (Unrestricted Maximum Likelihood Factor Analysis; Joreskog, 1967b)

EFAP (Exploratory Factor Analysis Program ;Jöreskog & Sörbom, 1976c), EFAPII Joreskog& Sorbom (1978a)

RMLFA(Restricted Maximum Likelihood Factor Analysis ; Jöreskog & Gruvaeus, 1967)

SIFASP (Simultaneous Factor Analysis in Several Populations ;v an Thillo & Jöreskog, 1970)

COFAMM (Confirmatory Factor Analysis with Model Modification ; Sörbom & Jöreskog, 1976)

共分散構造分析としてのLISREL

LISREL (LINEar Structural RELations ; Jöreskog and van Thillo, 1972), LISREL II Jöreskog and van Thillo (1973), LISREL III Jöreskog & Sörbom (1976a)

LISREL IV Jöreskog & Sörbom (1978b) Sörbom(1981)は平均構造をこのIVで解析, LISREL V Jöreskog & Sörbom (1981)

LISREL VI Jöreskog & Sörbom (1984)

SEMとしてのLISREL

PRELIS (PREprocessor for LISrel ; Jöreskog & Sörbom, 1988)

LISREL 7 (Jöreskog & Sörbom, 1989b)

← 共分散構造分析 + 平均構造

← Browne(1984)の漸近分布自由(ADF)の導入

グラフィックの導入

PRERIS 2 (Jöreskog & Sörbom, 1993a)

LISREL 8 (Jöreskog & Sörbom, 1993b)

SIMPLIS (SIMPlified LISrel ; Jöreskog & Sörbom, 1993c)

構造方程式モデリング Structural Equation Modeling SEM

心理学の測定系の研究では、**構成概念**に関する項目を収集し、**内部構造**を探索的因子分析で検討し、因子パターンの値から**尺度を構成**し、尺度の**信頼性**を α 係数で報告しながら、尺度の**妥当性**を連関的妥当性の観点から分散分析や多変量解析的手法で検討することが行われてきた。

このような研究方法には、テスト理論、因子分析法、そして、妥当性に関する**古典的な心理測定理論**が混在したままに埋め込まれている。構造方程式モデリング（Structural Equation Modeling:以下、SEMと略す。）は、伝統的な研究方法論の全般にわたって新しい道を切り開いた。

（次のスライドから、）**因子の不変性**、**因子間の関係性**、そして、**因子の平均**に関するモデルを取り上げて、SEMの概略とその魅力を新しく展開されている方法とともに紹介してみたい。（清水, 2013）

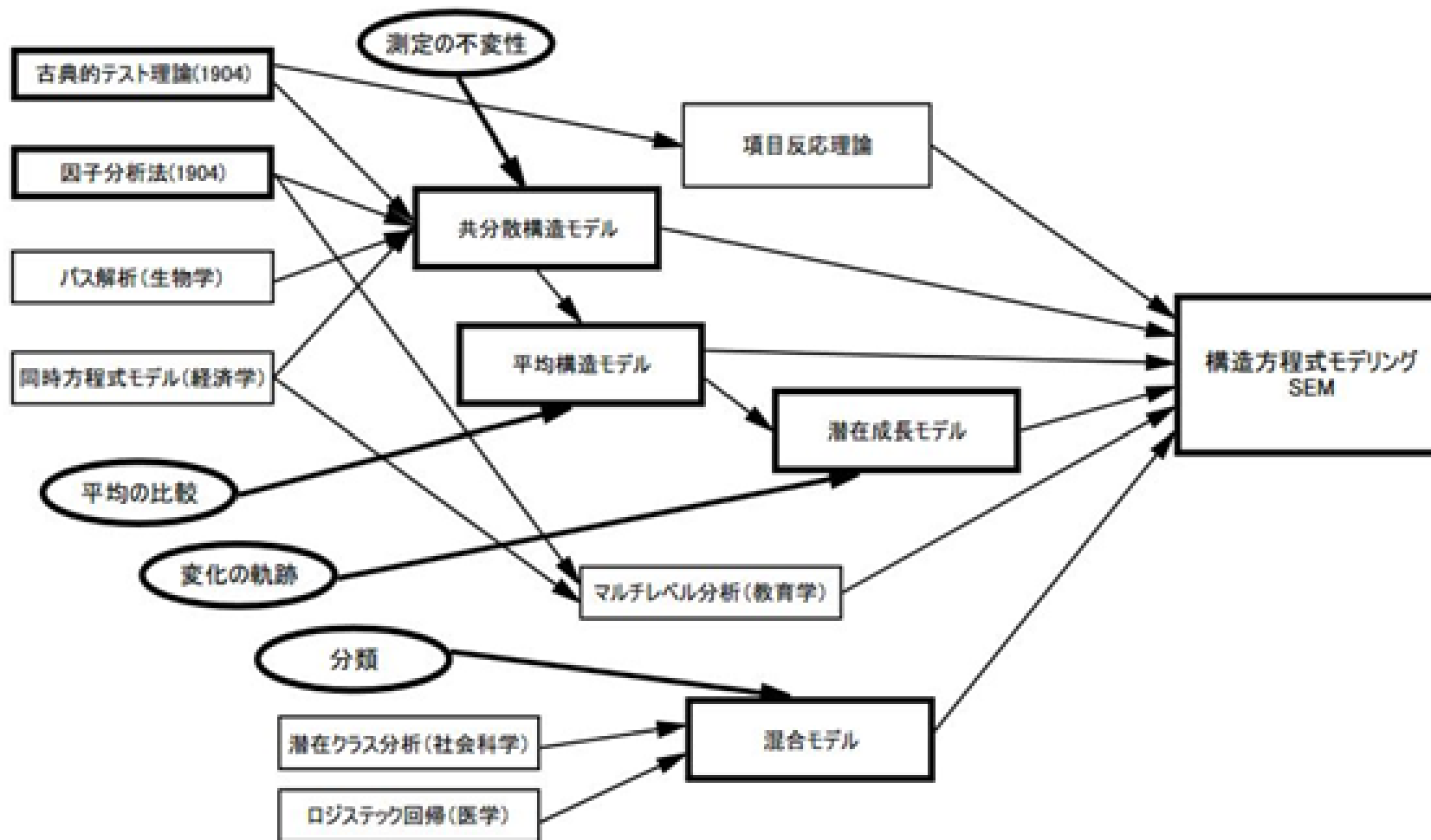


図1 SEMへの発展：統計的手法とresearch questionsから

生物学分野から導入されたパス図式での表示方法は、構成概念の構造や関連性を検討する優れたSEMの道具となっている。同時方程式モデル（経済学）に加えて、最尤法という数理統計学の方法は、仮説的なモデルの検定を、パラメータの標準誤差の推定とともに可能とした。図1に示したようにSEMは、因子分析をベースとしながら、他の学問分野で蓄積されてきた方法論（潜在クラス分析、ロジステック回帰、マルチレベル分析など）を積極的に取り込みながら、心理学のresearch questions（楕円）に答えようとする展開との相互作用の中で発展してきた。

構造方程式モデリング (SEM: Structural equation modeling)

- **測定モデル** (measurement model) **CFA(Confirmatory Factor Analysis)**
観測変数 (observed variable) と潜在変数 (latent variable) との関係
(因子分析の**因子パターン** (**因子負荷量**) のことでもある)
- **構造モデル** (structural model)
潜在変数間の関係
共分散 / **相関関係**(因子分析間相関) と **因果関係** (causal relationships)
→ 因果モデル (causal modeling)
- **構造平均モデル** (structured mean model)
潜在変数の平均の推定 (集団間の平均の比較 : 分散分析からの発展)

SEMの下位モデル : 共分散構造分析 (covariance structure analysis)

← 測定モデル + 構造モデル

最尤法(maximum likelihood)

- **最尤法**の関数 $f_{ML}(\mu^{(\xi)}, \Sigma^{(\xi)}; \bar{\mathbf{x}}^{(\xi)}, \mathbf{S}^{(\xi)})$
$$= \log |\Sigma^{(\xi)}| + n \left(\mathbf{S}^{(\xi)} \Sigma^{(\xi)-1} \right) - \log |\mathbf{S}^{(\xi)}| - p^{(\xi)} + \left(\bar{\mathbf{x}}^{(\xi)} - \mu^{(\xi)} \right)' \Sigma^{(\xi)-1} \left(\bar{\mathbf{x}}^{(\xi)} - \mu^{(\xi)} \right)$$
- **モデルの検定** (尤度比検定)
 H_0 : 「**モデルの当てはまりがよい**」 χ^2 による検定 (サンプルサイズの影響を受ける)
モデル適合度に関する多数の指標 (サンプルサイズの影響を受けない)
golden ruleとして定着している**カットオフ値**は、
 $\chi^2/df \leq 2.0$, $GFI \geq .95$, $AGFI \geq .95$, $CFI \geq .95$, $NFI \geq .95$, $RMSE \leq .05$,
 $RMR \leq .05$, $SRMR \leq .08$ である (West et al., 2012 など)。
- **推定値のワルド検定** H_0 : 「 $\beta_j = 0$ 」 $z_j =$ 推定値 / 推定値の**標準誤差**
標準正規分布の上側2.5%点の**1.96**と比較
 $|z_j| \geq 1.96$ であれば、帰無仮説を棄却

SEM 適合度指標 Fit Indices (Hoyle(2012)などを参考に作成) 文献リストは次回

指標	基準 ^{注5}	提案者	Nに敏感かどうか	報告に使用 ^{注2}
χ^2	$p < 0.05$ ^{注1}	Jöreskog(1969)	Yes	<u>必須 (dfとpと)</u>
χ^2/df	< 5	Jöreskog(1969)	Yes	
GFI ^{注3}	> 0.95	Jöreskog & Sörbom(1981)	Yes	*
AGFI	N/A	Jöreskog & Sörbom(1981)	Yes	*
TLF	> 0.95	Tucker & Lewis(1973)	No	*
NFI	> 0.95	Bentler & Bonett(1980)	Yes	* *
IFI	> 0.95	Bollen (1989)	Yes	* *
RNI	> 0.95	Bentler(1990)	No	*
SRMR	< 0.08	Benter(1995)	Yes	* *
CFI	> 0.95	Bentler (1990)	No	* * *
RMSEA	< 0.05	Steiger & Lind (1980)	No	* * * 0.08を基準とすることもある。
AIC	N/A	Akaike(1973)		モデル比較 ^{注4}

注1： H_0 ：「モデルの当てはまりがよい」を5%水準よりも低くなれば**棄却**することになる。Nの数が影響。

注2：*の数が多いほど欧米での研究では使用されている。下線部の指標が報告されることが多い。

注3：適合度指標の報告では、統計量と違い、GFI～AICは斜め字にしない。

注4：AICは検討対象とした複数のモデルの比較で使用され、AICの値の低いモデルを採択する。

注5：「基準」はカットオフ値とも呼ばれる。この値を基準としてgoodness of fit (badness of fit) を判断。

1)について 結論

- 構造方程式モデリング = {共分散構造分析 + 平均構造}

LISRELの第IV版 (清水(1994), p.19) では共分散行列に平均ベクトルを組み込むことで、共分散構造分析のソフトでSEMの計算を可能とした。ここで、 M はモーメント行列、 S は共分散行列、 $\bar{\mathbf{x}}$ は平均ベクトルとする。

$$M = \begin{bmatrix} M_{xx} & \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{x}}' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S + \bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{x}}' & \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{x}}' & 1 \end{bmatrix}$$

- 因子分析での利用
 - a) 因子の構造 (因子パターン、因子間相関、独自性) の推定 ← 共分散構造分析
 - b) 因子得点の平均を推定 ← SEM
- 結論 : SEMが共分散構造分析を包含している。

2)について 多母集団 vs. 多集団

a) 一つの標本を対象にした**確認的因子分析 (CFA)** : 仮説検証的因子分析 ← 最尤法
Confirmatory Factor Analysis: Jöreskog(1969)

Restricted Maximum Likelihood Factor Analysis: Jöreskog & Gruvaeus(1967)

b) 多集団を対象とした因子的不変性を検証する方法 : **多母集団同時因子分析**

Simultaneous factor analysis in several populations. Jöreskog (1971)

以下、Jöreskog (2007)から引用

Exploratory factor analysis is used in the following situation. One has a set of tests or other variables, and one would like to know how many factors are needed to account for their intercorrelations and what these factors are measuring. Both the number of factors and the meaning of the factors are unknown. The interpretation and the naming of the factors are usually done after analytic rotation.

In contrast, a **confirmatory factor analysis** begins by defining the latent variables one would like to measure. This is based on substantive theory and/or previous knowledge. One then constructs observable variables to measure these latent variables. This construction must follow certain rules of correspondence, see, for example, Costner (1969). Thus, in a confirmatory factor analysis, the number of factors is known and equal to the number of latent variables. The confirmatory factor analysis is a model that should be estimated and tested.

a) 因子分析のモデル式 $\mathbf{x} = \boldsymbol{\tau}_x + \mathbf{A}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}$

\mathbf{x} : n個の観測変数ベクトル、 $\boldsymbol{\tau}_x$: 観測変数の平均ベクトル、 \mathbf{A}_x : 因子パターン行列、 $\boldsymbol{\xi}$: m個の因子得点ベクトル、 $\boldsymbol{\delta}$: n個の独自性得点ベクトル

共分散行列での表現 $\boldsymbol{\Sigma} = E\left[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\tau}_x)(\mathbf{x} - \boldsymbol{\tau}_x)'\right] = \mathbf{A}_x \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A}_x'$

最尤法の最小化関数 $F = \log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| + tr\left(\mathbf{S}\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})^{-1}\right) - \log|\mathbf{S}| - n$

b) 群の数をGとした関数。ここでは第g番目について $F_{MG} = \sum_{g=1}^G \frac{N_g}{N} F_g$
これを最尤法で最小化 (Joreskog, 1971)

$$F_{MG} = \begin{vmatrix} \frac{N_1}{N} F_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{N_2}{N} F_2 & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \frac{N_g}{N} F_g & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \frac{N_G}{N} F_G \end{vmatrix}$$

b') COSAN(McDonald, 1980)での多群の表現

ここでは2群 (p と q) で、 p と q の参加者の数が同じであると仮定している。

より詳しくは、清水(1989)参照。

$$\Sigma_c = \begin{vmatrix} \Sigma_p & 0 \\ 0 & \Sigma_q \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \Lambda_p & 0 & I & 0 \\ 0 & \Lambda_q & 0 & I \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Phi_p & 0 & 0' & 0' \\ 0 & \Phi_q & 0' & 0' \\ 0 & 0 & \Theta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_q \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Lambda_p' & 0' \\ 0' & \Lambda_q' \\ I & 0 \\ 0 & I \end{vmatrix}$$

この2つの式のまとめ：多集団の分析データは、母集団から独立に抽出されたものである。それぞれの集団は独立している。独立して抽出されたという意味でもある。

“the method may be used regardless of whether the populations are derived by selection or not. The **only requirement is that the populations be clearly defined and the samples independent.**

(Jöreskog, 1971, p.410)”

“Information about the parameters of the model is contained in the **sample variance-covariance matrix** as well as in the **means** of the observed variables, and these two sources of information are **stochastically independent.** (Sörbom,1974, p.358) “

真鍋・前田・清水(2021, 2022)

「1989年の『関西大学社会学部紀要』において、清水和秋は「研究対象となった標本間において不変な因子構造と、測定の等価性 (equality) の性質を明らかにするための出発点」となった研究として、Jöreskog (1971) と Sörbom (1974) をあげている。清水 (1989) は、前者の論文タイトルにある **simultaneous factor analysis** という用語に「**複数標本の同時分析**」という訳語を当て、「複数の標本に同一の観測変数を適用して得られたデータにおいて、これらの複数の標本から同一の因子構造が得られるかどうかを検証する理論」として紹介している (清水、1994)。また、Jöreskog-Sörbom の **multi-sample analysis** という表現をとる場合には、「**多群標本の同時分析**」あるいは「**多群同時分析**」という訳語が採用されている。そして、その具体的な手続き——より「制約の少ないモデル」から「制約の多いモデル」へと段階的に分析を進め、各モデルのあてはまりを相互に比較するという仕方——で、どの程度の等価性／測定の不変性のレベルであるかを検討するという方法——については、清水 (1989)、豊田 (1992, 1998, 2007, 2014)、柳井 (1994) において繰り返し紹介されることになるが、その際の呼称にも若干のバリエーションがあり、「**多母集団の同時分析**」 (豊田、1992, 1998)、「**多母集団についての同時分析**」 (柳井、1994) などがあげられるが、中でも「**多母集団同時分析**」 (豊田、2014) が最もよく用いられている。」真鍋・前田・清水(2021, p.24)

応用研究 (applied research) の方法論を議論

「**「多集団確証的因子分析 (MGCF A)**」とは、**確証的因子分析 (CFA)** を開発したことで知られる Jöreskog (1969) が、1971年の論文 (Jöreskog 1971) で提案した「複数の標本に同一の観測変数を適用して得られたデータにおいて、これらの複数の標本から同一の因子構造が得られるかどうかを検証する」 (清水和秋、1994) ために開発された技法——当初 (Jöreskog 1971) は「複数標本における同時因子分析 (simultaneous factor analysis)」と称されていた——である。」真鍋・前田・清水 (2022, p.4)

2)について 結論

- **数理統計学的立場** → 多母集団同時分析あるいは**多母集団分析**

simultaneous factor analysis in several populations

“the method may be used regardless of whether the populations are derived by selection or not. The **only requirement is that the populations be clearly defined and the samples independent.** (Jöreskog, 1971, p.410)”

“Information about the parameters of the model is contained in the **sample variance-covariance matrix** as well as in the **means** of the observed variables, and these two sources of information are **stochastically independent.** (Sörbom, 1974, p.358) “

- **応用研究的立場** → **多集団分析**

multi group analysis / multi-group analysis

”stochastically independent (確率論的に独立)”にviolationとはならない研究の進め方。

→独立した調査：仮説検定での経験（2つの母集団から抽出した独立した標本の平均）

モデル構成、適合度の評価、結果の解釈（推定値とそれを標準化した値）

多変量正規分布からの乖離について

ML（最尤法）：観測変数の分布が**多変量正規分布**に従っていることが条件であった。

多変量正規分布からの**乖離**に対して最尤法が**頑健**である。ある程度の標本の数があれば。

では、サンプル・サイズの**最小数**は？

WLS：正規分布していない場合(カテゴリ変数)

「因子解の推定方法として**最尤法**は、推定値の標準誤差を得る上で、また、モデル適度の評価を行う上で、**もっとも望ましい方法**である。この方法が解を得る条件である**多変量正規分布**を仮定できないような分布の変数を対象とした推定方法が、Browne (1984) による**Asymptotically Distribution-free (ADF)** 法である。Mplus (Muthén & Muthén, 1998-2015) では、この方法は、**Weighted Least Squares (WLS)** と表記される。この方法を実際のデータ分析に適用するには相当大きな数の標本が必要となる。これが少ない場合には、計算上での困難に遭遇することもある。分析対象の変数の数との関係で、標本の数が少ない場合でもADFやWLSと同じような統計量の推定値を計算する方法をMuthén (1993) が提案した。この**Weighted Least Square Mean and Variance adjusted (WLSMV)** 法では、WLSの重み行列の逆行列の計算に関係した改良が行われおり、より少ない標本の数でも結果を得ることができる (Beauducel & Herzberg, 2006) (清水・山本, 2020, Pp.54-55)。」

この方法については狩野(1990)が詳しい。Shimizu, Vondracek & Schulenberg (1994)や清水・山本(2017)でも、この方法を使用している。

最後に：ガラパゴスからの脱出するには

- 過去の方法論からUpdate
 - 標準化 $N(0,1^2)$ ← 心理検査の結果
 - 標準化した得点、相関係数
 - 素点（粗点）、分散・共分散
- 敷居が高い
 - ← 教育
 - ← 「数式のいらない」という謳い文句の誘惑
 - ← オリジナル文献の引用
 - ← 数理統計学者との共同研究
- 残されている課題
 - ← 最小サンプル・サイズ
 - ← より適切に適合度指標を使用するには
 - ← より適切な適合度指標の開発
 - ← selection問題、独立性を確認する方法

引用文献

Beauducel, A., & Herzberg, P. Y. (2006). On the performance of maximum likelihood versus means and variance adjusted weighted least squares estimation in CFA. *Structural Equation Modeling*, *13*(2), 186-203.

Bollen, K. A. (1989). *Structural equations with latent variables*. New York, NY: Wiley.

Bentler, P. M. (1986). Structural modeling and Psychometrika: An historical perspective on growth and achievements. *Psychometrika*, *51*, 35-51.

Jöreskog, K. G. (1969). A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, *34*, 183-202.

Browne, M. W. (1984). Asymptotically distribution-free methods for the analysis of covariance structures. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *37*, 62-83.

Jöreskog, K. G. (1971). Simultaneous factor analysis in several populations. *Psychometrika*, *36*, 409-426.

Jöreskog, K.G. (2007). Factor Analysis and Its Extensions. In R. Cudeck and R. C. MacCallum (Eds.) *Factor analysis at 100: historical developments and future directions* (Pp. 47-77). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

狩野裕. (1990). 因子分析における統計的推測: 最近の発展. *行動計量学*, *18*(1), 3-12.

真鍋 一史・前田 忠彦・清水 香基 (2021) 国際比較／文化比較調査における測定の等価性／不変性の研究：多集団確証的因子分析 (MGCFA) を中心として 関西学院大学社会学部紀要, *137*, 1-27.

真鍋 一史・前田 忠彦・清水 香基 (2022) 国際比較／文化比較調査における測定の比較可能性の確認のための統計的技法：多集団確証的因子分析と確証的最小空間分析 関西学院大学社会学部紀要, *138*, 1-36.

McDonald, R. P. (1980) A simple comprehensive model for the analysis of covariance structures: Some remarks on applications. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *33*, 161-183.

- Muthén, B. O. (1993). Goodness of fit with categorical and other non-normal variables. In K. A. Bollen, & J. S. Long (Eds.), *Testing structural equation models* (pp.205-243) . Newbury Park, CA: Sage.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (1998-2015). *Mplus user's guide* (7th ed.). Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- 清水 和秋(1989). 中学生を対象とした進路不決断尺度の因子的不変性について—COSAN を使用して関西大学社会学部紀要, 21(1), 143-176.
- 清水 和秋 (1994). JöreskogとSörbomによるコンピュータ・プログラムと構造方程式モデル. 関西大学社会学部紀要, 25(3), 1-41.
- 清水 和秋(2013) 構造方程式モデリング 日本パーソナリティ心理学会 (企画) 二宮 克美・浮谷 秀一・堀毛 一也・安藤 寿康・藤田 圭一・塩谷 真司・渡邊 芳之 (編集) パーソナリティ心理学ハンドブック(Pp.669-675) 福村出版
- Shimizu, K., Vondracek, F. W., & Schulenberg, J. (1994). Unidimensionality versus multidimensionality of the Career Decision Scale: A critique of Martin, Sabourin, Laplante, and Coallier. *Journal of Career Assessment*, 2, 1-14.
- 清水 和秋・山本 理恵 (2017). YG性格検査の12尺度の内部構造—カテゴリー—因子分析のBifactor Geomin回転— 関西大学社会学部紀要, 49(1), 1-31.
- 清水 和秋・山本 理恵 (2020). YG性格検査の120項目のtarget回転による因子分析 関西大学社会学部紀要, 51(2), 51—70.
- Sörbom, D. (1974). A general method for studying differences in factor means and factor structures between groups. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 27, 229-239.

応用心理測定研究会
第6回研究会 2023.2.11
於：京都先端科学大学
追加資料（清水発表）

日本のSEMの updateに向けて

清水 和秋

Hoyle, R. H. (Ed.)(2023). *Handbook of structural equation modeling* (2nd ed.). New York: Guilford.
初版は2012に刊行

Topics new to the Handbook are as follows:

- Model selection
- **Item parceling**
- **Use of factor scores in SEM**
- **Bifactor models**
- Multitrait–multimethod models
- Exploratory SEM
- SEM with small samples and many variables
- Mixture models
- Dynamic SEM
- Continuous-time dynamic models
- SEM-based meta-analysis
- Nonlinear models
- Machine learning approaches to SEM

Although supplemental materials for some chapters in the first edition were available for access and download, the number of chapters for which such materials are available and the extensiveness of those materials is considerably greater for the second edition. Consistent with the focus of the software chapter in Part I of the Handbook, computer code associated with example analyses is presented in **Mplus** and/or the **R package lavaan**, which have emerged as the most widely used SEM software solutions across the social and behavioral sciences. Authors have been generous in their sharing of data, code, output, and written descriptions of results from informative SEM analyses. These supplemental resources add an important practical feature to the Handbook that should prove useful for instructors and for researchers looking to extend their skills with SEM.

SEMのモデル適合度 清水 和秋・三保 紀裕・西川 一二(2021) 特性・状態の因子の平均を推定する
区分モデル— 複数観測の縦断データの方法論と応用から— 関西大学社会学部紀要, 53(1), 69-140.

「構造方程式モデリングによる結果の報告の仕方、適合度の判断基準などに関して、West, Taylor, & Wu (2012) などが、理論的な展開を踏まえたガイドラインを提供している。モデル適合度の各種指標の理論や判断の方法などについては、狩野・三浦 (2020) や星野・岡田・前田 (2005) が詳しく解説している。ここでは、この分野での代表的な研究を参考にしながら、Amos やMplus などのSEM ソフトで出力される代表的な指標について、モデルの適合を評価するカットオフ値 (golden rule ともいわれる) を紹介しておきたい。

最尤法の適用を前提として、モデルの適合度の判断に関しては、 χ^2 統計量が代表的な指標である。この χ^2 の値の報告では、自由度も必須の情報である。モデルの適合度が良いとする帰無仮説には、参加者の数が影響を与えるので、十分に大きな数の参加者であれば、有意確率 (P 値) は小さくなり、この帰無仮説を棄却せざるを得なくなることはよく知られている。Jackson, Gillaspay, & Purc-Stephenson (2009) は、より適切な判断を下すことができるとしている指標で、SEM のソフトウェアであるAmos が出力するRMSEA (Root Mean Square Error of Approximation)、CFI (Comparative Fit Index)、TLI (Tucker-Lewis Index)、IFI (Incremental Fit Index)、SRMR (Standardized Root Mean Square Residual) を紹介している。これらの中で、Mplus からは、CFI、TLI、RMSEA、SRMR などが出力される。ここでは、モデルの適合を評価するカットオフ値 (golden rule) は、Browne & Cudeck (1993)、Hu & Bentler (1999)、Marsh, Hau, & Wen (2004)、O'Boyle & Williams (2011)、West, et al (. 2012) の提案を踏まえ、CFI、TLI、IFIについては0.95以上、RMSEAについては0.05以下、そして、SRMRについては0.08以下と考えることにする。なお、Hu & Bentler (1998) は、SRMR は因子間の関係の構造モデル部分に、そして、RMSEA、CFI、TLI は因子と観測変数の部分に、それぞれ敏感な指標であることを報告している。また、Shi, DiStefano, Maydeu-Olivares, & Lee (2021) は、自由度が小さいモデルでは、RMSEAよりは、SRMRあるいはCFIの方が適合度の判断において、より適切であるとしている。これに加えて、モデル間比較の指標であるAIC (Akaike's Information Criterion) もそれぞれのソフトから出力される。(Pp. 80-81) 」

モデル適合度 Fit Indices (West et al.(2023, p.187) より)

指標	基準 ^{注1}	提案者	Nの大きさに敏感かどうか	Penalty for model complexity
χ^2	$p < 0.05$ ^{注2}	Jöreskog(1969)	Yes	no
X^2/df	< 5	Jöreskog(1969)	Yes	yes
GFI	> 0.95	Jöreskog & Sörbom(1981)	Yes	no
AGFI	N/A	Jöreskog & Sörbom(1981)	Yes	yes
GFI*	$>.95$	Maiti & Mukherjee(1990)	No	yes
AGFI*	N/A	Maiti & Mukherjee(1990)	No	yes
RMR	N/A	Jöreskog & Sörbom(1981)	Yes	no
SRMR	< 0.08	Benter(1995)	Yes	no
RMSEA	< 0.06	Steiger & Lind (1980)	Yes to small N	yes
TLF	> 0.95	Tucker & Lewis(1973)	No	yes
NFI	> 0.95	Bentler & Bonett(1980)	Yes	no
IFI	> 0.95	Bollen (1989)	Yes to small N	no
RNI	> 0.95	McDonald & Marsh(1990)	No	yes
CFI	> 0.95	Bentler (1990)	No	yes

注1：「基準」はカットオフ値とも呼ばれる。この値を基準としてgoodness of fit (badness of fit) を判断。

注2：この統計量の報告は**必須 (dfとp) である**。Ho：「**モデルの当てはまりがよい**」を5%水準よりも低くなればモデルを**棄却**することになる。Nの数が影響。

注3：*の数が多いほど欧米での研究では使用されている。下線部の指標が報告されることが多い。

追加1：適合度指標の報告では、統計量と違い、GFI～AICは斜め字にしない。

追加2：AIC(Akaike, 1973)は検討対象とした複数のモデルの比較で使用され、AICの値の低いモデルを採択する。

久保 沙織. (2022). 『教育心理学研究』における測定・評価・研究法の研究動向と展望—共分散構造分析の適用実態の概観を中心に—. 教育心理学年報, 61, 133-150.

Table 2

SEM を利用した論文の概要

論文	ソフトウェア	χ^2 検定	GFI	AGFI	CFI	TLI	RMSEA	SRMR	AIC	BIC	多母集団	マルチレベル
齊藤他 (2020)	Amos	○	○		○		○		○			
鹿島 (2020)	Amos, Mplus	○			○		○					
藤原・村上 (2020)	記載なし	○	○	○	○		○				○	
侯他 (2020)	Mplus				○	○	○	○	○	○	○	
松山他 (2021)	記載なし	○	○	○	○		○		○		○	
藤原他 (2021)	Mplus	○			○		○	○	○	○		○
三和・外山 (2021)	Mplus											○
山本他 (2021)	Mplus				○		○	○	○	○	○	
直原・安藤 (2021)	Amos	○			○		○				○	

「情報量規準 AIC (Akaike's information criteria), BIC (Bayesian information criteria) 等の情報量規準は, 相対的な適合度評価のための指標であり, モデル選択に用いられる。同一データに対して候補となる複数のモデルを比較する際, AIC や BIC の値がより小さいモデルの方が, 当てはまりがよいと判断する。AIC よりも BIC の方が複雑なモデルに対するペナルティが強く, 儉約度を重視した指標である。」 (Pp. 136-137)

引用文献

- Browne, M. W., & Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. In K. A. Bollen & J. S. Long (Eds.), *Testing structural equation models* (pp. 136–162). Newbury Park, CA: SAGE.
- 星野 崇宏・岡田 謙介・前田 忠彦 (2005). 構造方程式モデリングにおける適合度指標とモデル改善について：展望とシミュレーション研究による新たな知見 *行動計量学*, 32(2), 209–235.
- Hu, L.-T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6, 1–55.
- Jackson, D.L, Gillapsy, J. A., Jr., & Purc-Stephenson, R. (2009). Reporting practices in confirmatory factor analysis: An overview and some recommendations. *Psychological Methods*, 14, 6–23.
- 狩野 裕・三浦 麻子 (2020). グラフィカル多変量解析—AMOS、EQS、CALIS による目で見える共分散構造分析— 現代数学社
- Marsh, H. W., Hau, K. T., & Wen, Z. (2004). In search of golden rules: Comment on hypothesis testing approaches to setting cutoff values for fit indexes and dangers in overgeneralising Hu & Bentler's (1999) findings. *Structural Equation Modeling*, 11, 320–341.
- O'Boyle, E. H., Jr., and Williams, L. J. (2011). Decomposing model fit: Measurement vs. theory in organizational research using latent variables. *Journal of Applied Psychology*, 96, 1–12.
- Shi, D., DiStefano, C., Maydeu-Olivares, A., & Lee, T. (2021). Evaluating SEM Model Fit with Small Degrees of Freedom. *Multivariate Behavioral Research*, Published online: 12 Feb 2021.
- West, S. G., Taylor, A. B., & Wu, W. (2012). Model fit and model selection in structural equation modeling. In R. H. Hoyle (Ed.) *Handbook of structural equation modeling* (pp. 209-231). New York, NY: The Guilford Press.
- West, S.G., Wu, W., McNeish, D., & Savord, A. (2023). Model fit in structural equation modeling. In R. H. Hoyle (Ed.) *Handbook of structural equation modeling* (2nd ed.) (pp. 184-205). New York, NY: The Guilford Press.