

応用心理測定研究会  
第7回研究会 2024.2.10  
於：大阪商業大学

# 心理テストの標準化

—SEMによる多集団分析の応用—

+

●

○

清水 和秋

関西大学名誉教授

[shimizu.kz.au\[at\]gmail.com](mailto:shimizu.kz.au[at]gmail.com)



# 発表の概要

トピック 1 : 構造方程式モデリング・多集団分析・因子的不変性

トピック 2 : 心理テスト作成 : 伝統的な方法

心理テストの標準化資料

トピック 3 : SEMによる新しい方法

トピック 4 : まとめ

# 概要

心理テストの個人アセスメントは、標準化資料に基づいて行われる。標準化のための調査では、対象となる母集団から標本を抽出し、尺度得点の平均値と分散とが算出され、これから個人の特性傾向を診断することになる。標準得点、偏差値、あるいは、5段階評価、などが個人診断のプロフィール判定に使用されている。

これらの統計量は、伝統的には、観測変数において計算されてきた。この発表では、これらの統計量を因子的不変性の下で潜在変数から計算する方法を検討してみたい。



# キーポイント

心理テストの作成手順：1) 測る目的、2) 構成概念の検討、3) 質問項目の収集と作成、4) 項目分析のための調査、5) 項目分析（因子分析など）、6) テストの編集、7) テストの特性分析のための調査、8) テストの特性分析（信頼性と妥当性）、9) 標準化のための調査、10) テストとマニュアルの作成

標準化：1) 多集団分析による**因子的不変性**の確認、2) **因子得点の平均**の推定、3) 多集団分析で固定推定とした観測変数の切片から集団ごとに観測変数の**期待値**を計算、4) 推定した各集団の分散・共分散行列から分散を特定。**そして、再標準化。**

キーワード：心理テスト、標準化、平均、分散、構造方程式モデリング、多集団分析、因子的不変性、平均構造



# トピック 1

構造方程式モデリング  
多集団分析  
因子的不変性

清水和秋 (印刷中) 構造方程式モデリングによる多集団分析 関西大学社会学部紀要, 55(2), 43-70.

抄録：構造方程式モデリングの用語の表現に関して、日本語と英語との間に不一致がみられる。これに関して、次の三つポイントでまとめ、それらの内容を検討した。一つは、使用される**用語の出現頻度に違い**があることである。日本では**共分散構造分析のほうが、構造方程式モデリングよりも圧倒的に多い**。もう一つは、**多集団分析に関する用語が、英語でも日本語でも多様**であることである。その中でも特徴的なことは、**日本では母集団であることを明示する表現が多い**ことである。そして最後に、**一つの英語表現が二つの日本語表現**となっていることである。本稿では、これらの内容について、定義式や実際の用法を検討することにより、次のような結論を導き出した。まず、研究の対象とした集団間での因子得点の平均値の違いを探求することを研究の目的とする場合には、**構造方程式モデリングにより因子的不変性**（厳格な因子的不変性、強因子的不変性、そして、因子パターン不変性）と**平均構造とを組み合わせる分析**することである。次に、**布置不変性**は、研究対象である集団間での因子の構造を**探索する方法**として有効である。

- 1) **Structural Equation Modeling**：英語表記と日本語表記がそれぞれ一つであり、その意味も含めてほぼ対応していても、これらの用語の使用に混乱がみられる。
- 2) **多集団分析**：英語表記が複数あり、これらに対応する日本語表記も複数ある。
- 3) **布置不変性 (configural invariance)**：英語表記は一つではあるが日本語表記が複数ある。

注：本稿は、応用心理測定研究会の第6回研究会（2023年2月11日、京都先端科学大学経済経営学部で開催）で発表した内容をまとめたものです。＜清水和秋（2023）数理統計学の心理測定への「応用」について＞

1) Structural Equation Modeling : 英語表記と日本語表記がそれぞれ一つであり、その意味も含めてほぼ対応していても、これらの用語の使用に混乱がみられる。

Google scholarでの検索から見える日本語と英語での使い方について、その様相を簡単に紹介してみることとする。まず、"共分散構造分析"を検索すると記事の数が約52,500件と表示された。これに対して"構造方程式モデリング"とすると約15,700件であった。次に、これらの用語について、オリジナルの英語表記で検索すると、"covariance structure analysis"は約90,500件であり、"structural equation modeling"は約1,500,000件であった。

日本での実際の研究での使われ方に焦点を当てるために、検索語を"心理学研究"と"共分散構造分析"そして"covariance structure analysis"の3個とすると約760件がヒットした。さらに、最後の検索語を"structural equation modeling"に変更してみると約倍の1,300件となった。このヒットした中には、日本語の本文では「共分散構造分析」を使い、英文抄録では"structural equation modeling"をこれに対応したものとした論文がみられた。

結論を書くと、「共分散構造分析」は「構造方程式モデリング」の下位モデルである。この点については、清水（1989, 1994, 2003, 2013）などで紹介した。

二つのschool : Jöreskog（2007）は、因子分析の100年を記念する論集の中で、相関行列を対象として発展に貢献してきたpsychometric schoolと母集団を対象とした統計的推測をこの分野に導入したstatistical schoolの2つを紹介している。彼は、この区分を1950年代としているが、Sörbomとともに作り上げたstructural equation modelingの代表的なソフトであるLISRELの第6版が応用研究でも普及した1980年代ではないかと考えている（清水, 1994）。

## 2) 多集団分析：英語表記が複数あり、これらに対応する日本語表記も複数ある。

因子分析の古典的な課題であった因子的不変性を検討する方法について、真鍋・前田・清水（2021, 2022）がいくつかの日本語表現が並存していることを指摘している。たとえば、“多集団同時分析”（約55件）、“多集団分析”（約7件）と“多母集団同時分析”（約1,490件）、多母集団分析”（約55件）、そして、“多集団確証的因子分析”（約11件）などの表記があった。同じような用語を英語表記で検索すると“multigroup confirmatory factor analysis”（約3,770件）、“multi-group confirmatory factor analysis”（約4,570件）、“multigroup simultaneous analysis”（約4件）、“multi-group simultaneous analysis”（約14件）、“multi-population simultaneous analysis”（約12件）、“multi-population analysis”（約246件）、そして、“multi-population confirmatory factor analysis”（約1件）であった。

この用語については、清水（1989）では、共分散行列を対象として、構造方程式モデルの方法の一つとして、「仮説検証的因子分析」と「多群同時分析」という記述をJöreskog（1969, 1971）などを紹介しながらおこなった。その際に、「母集団」ではなく「多群標本の同時分析」と表現し、日本語の訳語についてもいくつかの議論を行っている。この議論の詳細は、後ほどさらに検討することにして、現時点では、日本では「多母」を付けた使用頻度が多く、清水（1989）は少数派のようである。欧米では、multi-groupあるいは multigroupであり、「多母」に対応する multi-population とする研究が小数であることをここでは指摘しておきたい。

2) 多集団分析：英語表記が複数あり、これらに対応する日本語表記も複数ある。

多集団（g個）の同時分析の最小化関数は次のように表すことができる。

$$F = \sum_{l=1}^g \left( \frac{N_l}{N} \right) F_l(\mathbf{S}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l(\boldsymbol{\theta}_l))$$

この式についての条件は、g個の集団が互いに独立していることである。

<途中略>

構造方程式モデリングは母集団から抽出された標本を対象とした分析であることは、広く了解されていることではないだろうか。そして、多数の集団を同時に分析するという上で説明した手法も特別に分析を説明する際にわざわざ断ることも必要ではなくなってきたのではないだろう。

ここで検索語を"multi-group analysis"と"structural equation modeling"とすると、先に紹介した用語での検索数と違って圧倒的に多く、約13,400件となった。この分野を代表するテキストであるBollen (1989)はmultigroup analysisとしており、この分野で最近になって発刊されたハンドブックでもmulti group analysisあるいはmulti-group modelである(Hoyle, 20023)。以上から、確率的に独立した調査から得られた集団であることを条件として、「構造方程式モデリングによる多集団分析」という記述で、分析の内容がこの分野に携わる者には十分に伝わるのではないかと考えた。

2) 多集団分析：英語表記が複数あり、これらに対応する日本語表記も複数ある。

## 因子的不変性

**厳格な因子的不変性**：これは、因子パターン行列 $\Lambda$ 、因子間共分散行列 $\Phi$ と独自性の対角行列 $\Theta$ についても集団間で同一の値となるように拘束推定。

$$\Sigma_l = \Lambda\Phi\Lambda' + \Theta, E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$$

**強因子的不変性**：これは、因子パターン行列 $\Lambda$ と独自性の対角行列 $\Theta$ とに、集団間で同一の値となるような拘束推定。

$$\Sigma_l = \Lambda\Phi_l\Lambda' + \Theta, E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$$

**因子パターン不変性**：因子パターン行列 $\Lambda$ のみが集団間で同一の値となるような拘束推定。

$$\Sigma_l = \Lambda\Phi_l\Lambda' + \Theta_l, E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$$

ここで定義を示した3種類のレベルについては、本稿で引用してきた清水（1989, 1994, 2003, 2013）などとは違い、集団間で母数の拘束の強いものから順に並べた。心理学的研究のresearch questionsの一つは、**集団の平均の違い**についてである。因子的不変性は、このような集団間での比較の根拠を提供してくれると考えたからである。そこで、集団比較を目的とする研究場面において確保することが望ましいレベルは、「厳格な因子的不変性」であるとしたわけである。この適合度が適切であると判断できない時には、次に、「強因子的不変性」を、場合によっては、さらに「因子パターン不変性」へと分析が続くことになる。**次の「布置不変性」は、因子的不変性からは除外した。**

### 3) 布置不変性 (configural invariance) : 英語表記は一つではあるが日本語表記が複数 (1)

真鍋ら (2021, 2022) は、"configural invariance" について、「布置不変性」あるいは「配置不変性」の二つの訳語が使われていることを指摘している。ここでは、使用頻度を次の検索語で調べてみた。まず、「因子」と「布置不変性」である。この結果は、約23件となった。次に「配置不変性」に置き換えてみると約181件となった。「布置不変性」とした清水(1989)はここでも少数派のようである。

上のスライドの因子パターン不変性では、因子パターンを $\Lambda$ と表した。これは、特定の集団を表す添字を付けないことにより、対象となる $g$ 個の集団の全てにおいて、この行列の全要素が同じであることを示すためであった。これに対して、**configural invariance**での因子パターン行列 $\Lambda_l$ には、ある集団を意味する添字 $l$ を付けることにする。これにより、因子パターン行列が集団ごとに $g$ 個の種類があることになる。ただし、識別のための1.0や0.0の固定の指定は、上で説明した他の3種類の不変性と同じである。違うのは、ある程度以上の有意な値となる要素についてであり、 $g$ 個の集団での該当する要素には集団間での拘束をおかずにそれぞれの集団で自由に推定するとする。これがこの**configural invariance**の特徴である。

$$\Sigma_l = \Lambda_l \Phi \Lambda_l' + \Theta_l, \quad E[x_l] = \tau + \Lambda_l k_l$$

上の右にある式の観測変数の観測変数の切片は、因子パターン行列 $\Lambda_l$ により集団によって異なることになる！

以上から、「configural invariance」は、平均構造の分析には不適であり、共分散構造分析のみを対象とした不変性と考えられる。よって、心理学のresearch questionとしての平均を推定する方法としては不適切で、ある意味では、探索的因子分析の一種であるといえそうである。

### 3) 布置不変性 (configural invariance) について (2)

ここでは、1986年に関西大学の在外研究員としてPennsylvania State Universityに滞在した時の思い出からはじめたい。訪米する前からLISRELに関してはそれなりに読み込んでいたが、McArdle & McDonald (1984) のRAM (Reticula Action Model) については、このモデルの意味するところを把握することができないままであった。この年はThurstoneが創刊した*Psychometrika*誌の50周年にあたり、因子分析法や構造方程式モデリングなどについての記念論文が掲載されていた。この中でBentler (1986) は*Psychometrika*誌でのstructural modelingに関する研究をpsychometrics schoolの古典的な論文を振り返りながら、そして、LISRELやEQSそしてCOSANなどの解析に使用できるプログラムを紹介し、statistical schoolの業績についても議論していた。そして、RAMにも言及があった。そこで、このRAMの後についての情報を得るために、J.J. McArdleに関連資料の抜刷を請求した。驚いたことに、大量の発表資料と論文からなる小包が私のofficeへ送られてきた。RAMだけではなく、潜在成長モデルに関するもの、そして、彼が第2著者であったHorn et al. (1983) のconfigural invarianceの論文も梱包された中に入った。

この論文を初めて読んだ時に、configuralという用語の出所がThurstone (1947) であり、これまでpsychometric schoolとしての教育を受け、その立場から研究に従事してきた者としては、この訳語は「布置」として理解していたことを思い出した (たとえば、辻岡 (1975) や芝 (1967) など)。滞在していた時に参加した共同研究でも、この理解の下でstatistical schoolのLISRELで分析をおこなった (Schulenberg, Shimizu, Vondracek, & Hostetler, 1988)。

### 3) 布置不変性 (configural invariance) について (3)

Horn et al. (1983) では、psychometric schoolの先駆者であるThurstoneが数多く引用されている。少し長くなるが、該当部分を引用してみることにする。たとえば183頁には、“Although Thurstone’s (1938, 1947) writings (like the scriptures) can be interpreted in somewhat different ways, it seems that our concept of configural invariance is consistent with the rationale that Thurstone developed for the concept of simple structure.”、そして、“Configural invariance, Thurstone argued, . . . "is a far more important consideration in factor analysis than the invariance of the factor loadings ... In groping for some concepts ... in terms of which a domain may be understood ... The numerical values should be regarded as being of three kinds, namely, those that are significantly positive, those that vanish or nearly vanish, and those that are significantly negative" (Thurstone, 1947, p. 365).”とある。

ここで引用されているThurstoneは、集団を越えて因子的に不変な結果を得るための基準として単純構造を想定しており、configural invarianceはこの古典的なアイデアにおいて使用された用語であった。ここでの“those that vanish or nearly vanish”は0.0に固定する変数のことであり、“significantly positive”あるいは“significantly negative”な変数は、1.0で固定するか、あるいは、自由推定することになる。そして、多次元の因子空間での変数の関係性について、configurationという表現がThurstoneの著作物に数多く使用されていることも付け加えておきたい。

### 3) 布置不変性 (configural invariance) について (4)

RAMの考え方をまとめる際に、Horn, et al. (1983) を引用しながら「布置的不変性 (configural invariance)」と記述した (清水, 1989)。この訳語を与えた際には、実は、「配置的不変性」も候補としていた。因子パターン  $\Lambda_i$  を設定する時には、観測変数を因子の中で有意に高いと想定できる要素を特定する。この作業は仮説を下にして、観測変数を該当する因子の列に配置する、とも表現できる。

ここで気になったのは「配置する」の主語である。「研究者」とすることもできそうではあった。そして、その適切さを推定した結果の適合度から評価すると考えることもできそうではあった。しかしながら、psychometric schoolの一員としては、使い慣れていた「布置」に引かれた。そこで、主語を「布置する」で考えてみることにした。

観測変数が多次元空間の中に「布置しており」、これを回転で探索する方法を提案したのがThurstoneであった。彼は、いろいろなところで、セントロイド法で抽出した3次元の空間に変数を記入した図を描き、これを単純構造へと回転させることの重要性を強調している。回転前の多次元空間での布置は、その解析方法から得られた変数間の関係性であり、回転によって得られた新たな布置は、この関係性を別な軸間の相関で得られる関係性へと変換したに過ぎない。回転前でも後でも、この関係性は、研究者にとっては研究を開始する時点では「未知」で、言い換えればいわば「所与」と考えることができるのではないだろうか。夜空の星座を眺めながら、研究者が「配置」したものではないと考え、「布置」を使うとしたわけである。以上から、configural invarianceの訳語は「布置不変性」とした。

以上、清水 (印刷中) から。

## 清水（印刷）の結論から

### 構造方程式モデリングによる多集団分析の応用

1) 因子的不変性の下での集団間の平均（共分散構造分析 $\Sigma_l$ と平均構造 $E[x_l]$ ）

厳格な因子的不変性： $\Sigma_l = \Lambda\Phi\Lambda' + \Theta$ 、 $E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$

強因子的不変性： $\Sigma_l = \Lambda\Phi_l\Lambda' + \Theta$ 、 $E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$

因子パターン不変性： $\Sigma_l = \Lambda\Phi_l\Lambda' + \Theta_l$ 、 $E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$

ここで、添字 $l$ は、 $g$ 個の集団の中で第 $l$ 番目であることを表す。この添字 $l$ のない行列は、 $g$ 個の集団間で同値の拘束の下で推定される。これがない行列の値には、個別の集団の特徴が反映される。

2) 集団間での因子的不変性の探索

布置不変性 (configural invariance)  $\Sigma_l = \Lambda_l\Phi_l\Lambda_l' + \Theta_l$

この因子パターン行列 $\Lambda_l$ には、ある集団を意味する添字 $l$ をつけている。これは、因子パターン行列が集団ごとに $g$ 個の種類があることを示すためである。ただし、識別のための1.0や0.0の固定の指定は、上で説明した他の3種類の不変性と同じである。違うのは、ある程度以上の有意な値となる要素についてであり、 $g$ 個の集団での該当する要素には集団間での拘束をおかずにそれぞれの集団で自由に推定するとする。これがこのconfigural invarianceの特徴である。



# トピック 2

## 心理テストの標準化資料

## 心理テスト作成：伝統的な方法

キーポイント：心理テストの作成手順：1) 測る目的、2) 構成概念の検討、3) 質問項目の収集と作成、4) 項目分析のための調査、**5) 項目分析（因子分析など）**、6) テストの編集、7) テストの特性分析のための調査、8) テストの特性分析（信頼性と妥当性）、**9) 標準化のための調査**、**10) テストとマニュアルの作成**

### 5) 項目分析

古典的な方法：内的整合性の原理による項目分析（構成した尺度と項目の相関係数）から尺度を構成

探索的因子分析による方法：項目の因子分析を行い、その結果から尺度を構成

因子的不変性の確認

5.a) 構成した尺度から因子的不変性 YG性格検査

5.b) 因子分析した結果の因子的不変性 清水研究室の共同研究など

### 9) 標準化のための調査

項目で調査。

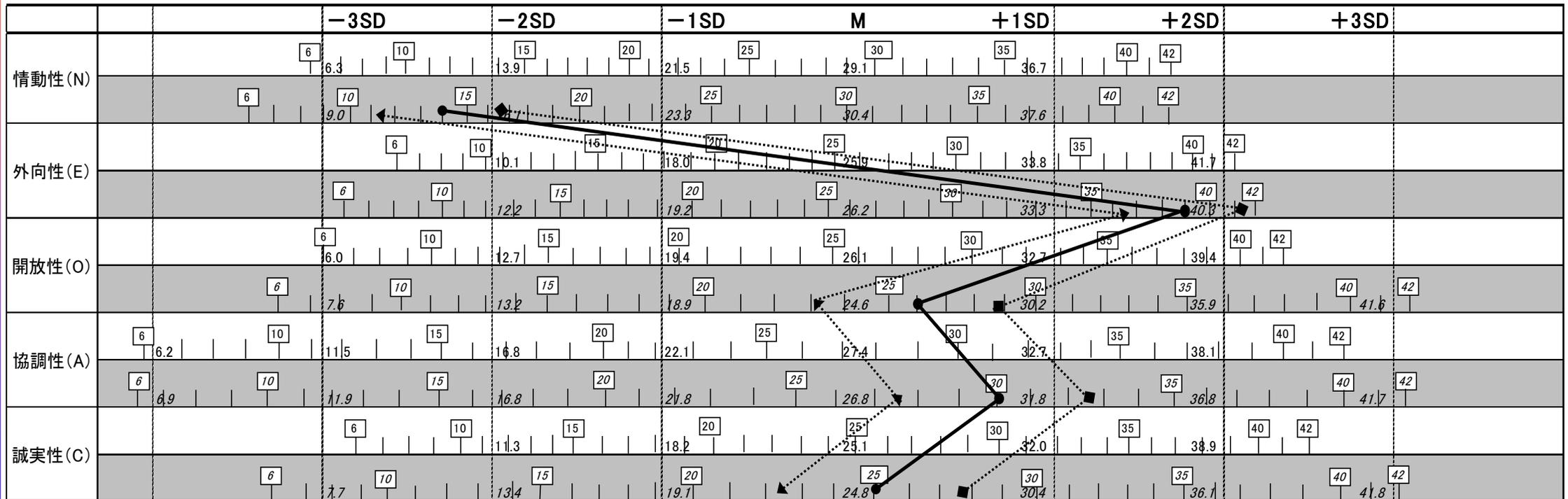
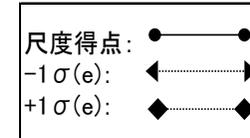
### 10) テストとマニュアルの作成

尺度を構成し、尺度得点の平均と分散から個人診断のためにプロフィールを作成

# Big Five形容詞短縮版：判定プロフィール例

Big Fiveプロフィール記入欄：各尺度得点の位置をチェックし、5つを線で結んでください。（※女性の場合の例）

注) 男性は上段(白いほうの欄)、女性は下段(色のついている欄)に記入してください。



測定の標準誤差 => 区間での評価

# Big Five形容詞短縮版：標準化資料

清水 和秋・山本 理恵(2008). 感情的表現測定によるBig Five測定の半年間隔での安定性と変動：個人間差、状態・特性不安、自尊感情との関連 関西大学社会学部紀要,39(2), 35-67.

表1 記述統計量とα係数 (※偏差値、測定の標準誤差の計算は、女性の場合の例)

| 尺度     | 男性    |      |     | 女性    |      |       | α係数  | 測定の標準誤差 | -1σ(e) | +1σ(e) |
|--------|-------|------|-----|-------|------|-------|------|---------|--------|--------|
|        | 平均    | 標準偏差 | 偏差値 | 平均    | 標準偏差 | 偏差値   |      |         |        |        |
| 情動性(N) | 29.10 | 7.60 |     | 30.42 | 7.16 | 27.04 | 0.87 | 2.60    | 11.40  | 16.60  |
| 外向性(E) | 25.90 | 7.91 |     | 26.23 | 7.03 | 68.18 | 0.89 | 2.35    | 36.65  | 41.35  |
| 開放性(O) | 26.05 | 6.67 |     | 24.57 | 5.66 | 52.52 | 0.75 | 2.86    | 23.14  | 28.86  |
| 協調性(A) | 27.44 | 5.31 |     | 26.80 | 4.98 | 56.43 | 0.73 | 2.58    | 27.42  | 32.58  |
| 誠実性(C) | 25.08 | 6.90 |     | 24.75 | 5.69 | 50.43 | 0.76 | 2.78    | 22.22  | 27.78  |

昨年度のデータの平均と標準偏差から、偏差値を計算してください。

$$\text{偏差値} = \frac{(\text{あなたの得点} - \text{平均値})}{\text{標準偏差}} \times 10 + 50$$

自分の性別について測定の標準誤差を計算し、個人の得点の幅(-1σ(e)~+1σ(e))を計算してください。

$$\text{測定の標準誤差} = \text{標準偏差} \times \sqrt{1 - \text{信頼性係数}}$$

注) 昨年度の回答者は、492人(男性146人、女性346人)で、平均年齢は19.58歳(18~62歳、SD=3.58)です。

# トピック 3

構造方程式モデリングによる多集団分析の応用  
—観測変数の平均、モデルの切片、そして、期待値—

## 心理テストの標準化：平均の推定 ← SEMによる新しい方法

### 標準化資料（基準：norm）

- ①母集団からの層別サンプリング
- ②対象となる変数の平均と標準偏差（分散）を計算 ← 新しい方法の提案
- ③プロフィールの作成

この②は、伝統的には、観測変数の素点から計算されてきた。

### 因子分析のモデルからみた観測変数

ある一群の観測変数( $n$ 個)からなるベクトル $\mathbf{x}$ を確率変数とし、観測変数の切片のベクトルを $\boldsymbol{\tau}$ とし、そして、因子の数を $m$ として、因子分析モデルを簡潔に定義してみる

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{A}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\sigma}$$

ここで、 $\mathbf{A}_x$ は $(n \times m)$ 次の因子パターン行列であり、 $\boldsymbol{\xi}$ は因子得点ベクトル $(m)$ 次、 $\boldsymbol{\sigma}$ は独自性得点のベクトル $(n)$ 次である。

→ 「構造方程式モデリングによる多集団分析」を応用する。

- 1) 因子的不変性を確保、2) 潜在変数である因子得点の平均を推定
- 3) これから観測変数の期待値（平均の推定値）を計算

# 構造方程式モデリングによる因子的不変性と平均構造

## 因子パターン不変性と因子得点の期待値

$$\Sigma_l = \Lambda \Phi_l \Lambda' + \Theta_l, \quad E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$$

ここで、添字  $l$  は、 $g$  個の集団の中で第  $l$  番目であることを表す。この添字  $l$  のない行列は、 $g$  個の集団間で同値の拘束の下で推定される。

分析対象：男子 (n=145)、女子 (n=344)

Big Five形容詞版の外向性(Extraversion)と情動性(Neuroticism) (清水・山本, 2007, 2008)

### 外向性 6 項目

Rは逆転項目

|       |     |     |      |      |       |
|-------|-----|-----|------|------|-------|
| 話し好きな | 内気な | 陽気な | 控えめな | 外向的な | もの静かな |
| E1    | E2R | E3  | E4R  | E5   | E6R   |

### 情動性 6 項目

|       |         |      |        |        |      |
|-------|---------|------|--------|--------|------|
| 悩みがちな | 不安になり易い | 心配性な | 傷つきやすい | 動揺しやすい | 神経質な |
| N1    | N2      | N3   | N4     | N5     | N6   |

## Big Five形容詞版尺度の解析例

その1

### 因子パターン不変性と因子得点の期待値

$$\Sigma_l = \Lambda \Phi_l \Lambda' + \Theta_l, \quad E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$$

### Big Five形容詞版の外向性と情動性尺度を対象とした2因子モデル

#### 出発モデル：単純構造

適合度： $\chi^2 = 508.34, df = 126, P < 0.000, RMSEA = 0.111, CFI = 0.873, TLI = 0.867, SRMR = 0.105$

#### モデルの修正

単純構造からの変更：外向性に情動性のN6が負荷。情動性に外向性のE1とE6Rが負荷。

独自性間共分散：E2R with E4R, E2R with E3, E4R with E6R, N1 with N5

適合度： $\chi^2 = 275.51, df = 115, P < 0.000, RMSEA = 0.076, CFI = 0.947, TLI = 0.939, SRMR = 0.087$

# Big Five形容詞版尺度の解析例

## その2

因子パターン不変性： $\Sigma_l = \Lambda\Phi_l\Lambda' + \Theta_l$ 、 $E[x_l] = \tau + \Lambda k_l$

表1 因子パターン行列  $\Lambda$  と独自性 (男子・女子)

| 観測変数    | 因子パターン | 独自性    |       |
|---------|--------|--------|-------|
|         |        | 男子     | 女子    |
| 話し好きな   | E1     | 1      | 0.372 |
| 内気な     | E2R    | 0.991  | 0     |
| 陽気な     | E3     | 0.893  | 0     |
| 控えめな    | E4R    | 0.713  | 0     |
| 外向的な    | E5     | 1.022  | 0     |
| もの静かな   | E6R    | 1.092  | 0.236 |
| 悩みがちな   | N1     | 0      | 1     |
| 不安になりやす | N2     | 0      | 1.067 |
| 心配性な    | N3     | 0      | 1.006 |
| 傷つきやすい  | N4     | 0      | 0.902 |
| 動揺しやすい  | N5     | 0      | 0.804 |
| 神経質な    | N6     | -0.233 | 0.739 |

注：因子間の共分散(相関係数) は、男子では-0.818(-0.496)、女子では-0.568(-0.406)であった。

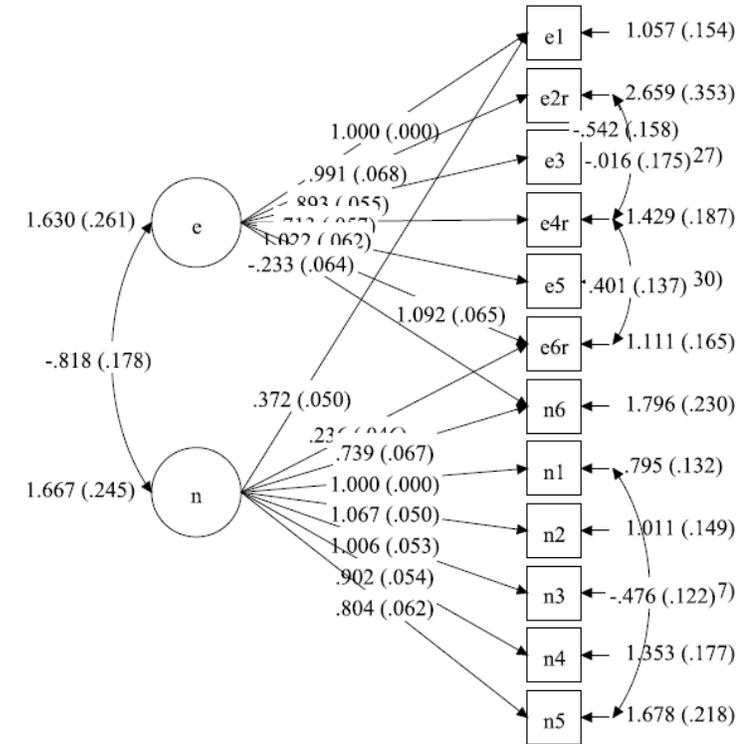


図1 2因子共分散のパス図(男子)

表2 因子得点の平均値 (男子をゼロで固定)

| 因子 $k_l$ | 男子    | 女子    |
|----------|-------|-------|
| 外向性 E    | 0.000 | 0.000 |
| 情動性 N    | 0.000 | 0.306 |

注：女子の外向性因子の因子得点の平均は推定したが、0.000となった。

## Big Five形容詞版尺度の解析例

## その3

表3 観測変数の平均（男子・全体・女子）、切片(同値)、期待値（男子、女子）

|             |     | 男子           |              |              | 女子     |              |       |              |
|-------------|-----|--------------|--------------|--------------|--------|--------------|-------|--------------|
|             |     | $\tau$       | $E[x_{1j}]$  |              | $\tau$ | $E[x_{1j}]$  |       |              |
|             |     | 平均           | 切片           | 期待値          | 全平均    | 平均           | 切片    | 期待値          |
| 話し好きな       | E1  | 5.028        | <b>5.143</b> | <b>5.143</b> | 5.216  | <u>5.297</u> | 5.143 | <u>5.257</u> |
| <u>内気な</u>  | E2R | <u>4.152</u> | <b>3.682</b> | <b>3.682</b> | 3.765  | 3.602        | 3.682 | <b>3.682</b> |
| 陽気な         | E3  | 4.903        | <b>4.934</b> | <b>4.934</b> | 4.922  | 4.930        | 4.934 | <b>4.934</b> |
| 控えめな        | E4R | 3.648        | <b>3.646</b> | <b>3.646</b> | 3.620  | 3.613        | 3.646 | <b>3.646</b> |
| 外向的な        | E5  | 4.262        | <b>4.287</b> | <b>4.287</b> | 4.286  | 4.299        | 4.287 | <b>4.287</b> |
| もの静かな       | E6R | 4.297        | <b>4.395</b> | <b>4.395</b> | 4.433  | <u>4.497</u> | 4.395 | <u>4.467</u> |
| 悩みがちな       | N1  | 5.124        | <b>5.114</b> | <b>5.114</b> | 5.333  | <u>5.419</u> | 5.114 | <u>5.420</u> |
| 不安になりやす     | N2  | 5.048        | <b>5.149</b> | <b>5.149</b> | 5.363  | <u>5.494</u> | 5.149 | <u>5.476</u> |
| 心配性な        | N3  | 5.145        | <b>4.993</b> | <b>4.993</b> | 5.227  | <u>5.256</u> | 4.993 | <u>5.301</u> |
| 傷つきやすい      | N4  | 4.752        | <b>4.893</b> | <b>4.893</b> | 5.080  | <u>5.218</u> | 4.893 | <u>5.169</u> |
| 動揺しやすい      | N5  | 4.600        | <b>4.639</b> | <b>4.639</b> | 4.812  | <u>4.898</u> | 4.639 | <u>4.885</u> |
| <u>神経質な</u> | N6  | <u>4.407</u> | <b>4.045</b> | <b>4.045</b> | 4.200  | 4.108        | 4.045 | <u>4.271</u> |

注：項目ごとに、値が高い方に下線を引いた。「内気な」と「神経質な」が他と逆傾向を示した。

# Big Five形容詞版尺度の解析例

その4 (以下の図は、表3の折れ線グラフである。)

Big Five形容詞版2因子 男子



Big Five形容詞版2因子 女子

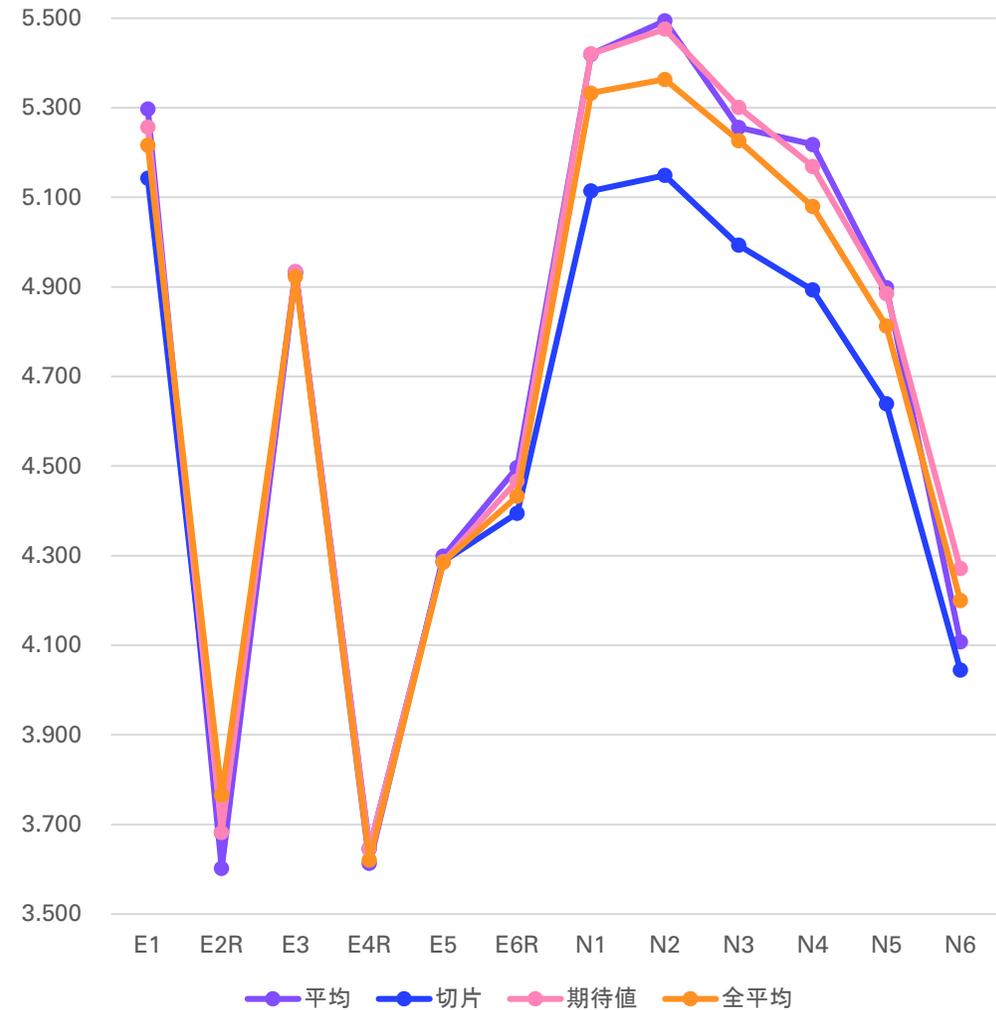


表4 構成した尺度の統計量

|     |   | 男子       |            |          | 女子       |            |        |          |
|-----|---|----------|------------|----------|----------|------------|--------|----------|
|     |   | $\tau$   | $E[x_{i}]$ |          | $\tau$   | $E[x_{i}]$ |        |          |
|     |   | 平均       | 切片         | 期待値      | 全平均      | 平均         | 切片     | 期待値      |
| 外向性 | E | 26.290   | 26.087     | 26.087   | 26.243   | 26.238     | 26.087 | 26.273   |
|     |   | (53.176) |            | (55.747) | (50.592) | (49.496)   |        | (49.693) |
| 情動性 | N | 29.076   | 28.833     | 28.833   | 30.014   | 30.393     | 28.833 | 30.522   |
|     |   | (57.697) |            | (59.761) | (53.345) | (51.018)   |        | (49.712) |

注：「平均」は観測値の尺度得点から算出した。切片と期待値は、項目の推定値の値を合計した。

括弧内は、分散の値である。期待値の分散は、モデル  $\Sigma$  の推定値から算出した。

切片については、期待値と同じとなるので空欄とした。

## 変数Xと変数Yを**合成**

学部授業「心理測定論」の資料から

$$V_Z = V_X + V_Y + 2V_{XY} \quad \text{合成したZの分散}$$

$$V_{XY} = S_X S_Y r_{XY} \quad \text{共分散と相関}$$

$$V_Z = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x & V_{xy} \\ V_{yx} & V_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

上の式の共分散に下の式を代入し、分散を標準偏差で表してみます。

$$\begin{aligned} V_Z &= V_X + V_Y + 2V_{XY} \\ &= S_X^2 + S_Y^2 + 2S_X S_Y r_{XY} \end{aligned}$$

変数Xと変数Yを合成した変数Zの分散は、Xの分散+Yの分散+2×Xの標準偏差×Yの標準偏差×XとYとの相関関係数となる。

この式は、項目得点を足し算して尺度得点としていることの理論的根拠となるものです。

シナリオ1：XとYとの相関がゼロ。 → Zの分散を (1)

シナリオ2：XとYとの相関が正で大きな値。 → Zの分散を (2)

シナリオ3：XとYとの相関が負で大きな値。 → Zの分散を (3)

ここで、**問題1**：(1) (2) (3) を**大きい順**に並べてください。

## 結果と考察

◇ 結果には**因子パターン**の値が複雑に影響する。そして、**因子得点の期待値（平均値）**が影響する。

→ 布置不変性は、多集団分析での平均構造の分析に使えない。

→ 因子得点の平均値も複雑に関係することになる。ワルド検定で有意なものに限定すべき。

女子の外向性の因子得点の平均はほぼゼロに近い値で、男子とほぼ同じ期待値となったが、E1とE6Rで違いがみられた。この2つの変数は、表1にあったように、単純構造を示さなかった項目であった。女子の情動性の因子得点の平均が有意な0.306であり、期待値が切片よりも高い値となった。

◇ 一般的に、母集団から男子と女子の2つの標本を抽出したとしても、観測得点の**算術平均**に違いがみられる。SEMの**切片（ $\tau$ ）**は、男女間で同値に拘束するので、ここには男女の違いは現れない。「平均構造」の**期待値**によりはじめて2つの集団の平均での違いを評価することができるようになる。

◇ 項目の推定量から**尺度の平均と分散**を求めることもできる。これらの値を**基準化資料**として、プロフィールにおける平均の位置を定めることができる。

◇ **心理テストの再標準化**に、ここで紹介した「構造方程式モデリングによる多集団分析」による方法を適用することができる。

◇ 今後の検討課題

**因子的不変性のレベル**がどの程度まで期待値に影響するのか。

今回は小さなデータであった。結果の違いが微妙なところもあった。**より大きな変数と標本サイズのデータ**から、あるいは、**モンテカルロ法**などで、さらなる検討する必要がある。

## 引用文献

- Horn, J. L., McArdle, J. J., & Mason, R. (1983). When is invariance not invariant: A practical scientist's look at the ethereal concept of factor invariance. *The Southern Psychologist, 1*, 179-188.
- Jöreskog, K.G. (1969). A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika, 34*, 183-202.
- Jöreskog, K. G. (1971). Simultaneous factor analysis in several populations. *Psychometrika, 36*, 409-426.
- Meredith, W. (1993). Measurement invariance, factor analysis and factorial invariance. *Psychometrika, 58*, 525-543.
- Millsap, R.E. (2011). *Statistical approach to measurement invariance*. New York, NY: Routledge.
- 清水 和秋 (1989). 検証的因子分析, LISRELそして RAMの概要. 関西大学社会学部紀要, *20*(2), 61-86.
- 清水 和秋 (1994). JöreskogとSörbomによるコンピュータ・プログラムと構造方程式モデル. 関西大学社会学部紀要, *25*(3), 1-41.
- 清水 和秋 (2023). 数理統計学の心理測定への「応用」について 応用心理測定研究会の第6回研究会
- 清水 和秋 (印刷中). 構造方程式モデリングによる多集団分析 関西大学社会学部紀要, *55*(2), 43-70.
- 清水 和秋・山本 理恵 (2008). 感情的表現項目によるBig Five測定の半年間隔での安定性と変動—個人間差、状態・特性不安、自尊感情との関連— 関西大学社会学部紀要, *39*(2), 35-67.
- 清水 和秋・山本 理恵 (2007). 小包化した変数によるパーソナリティ構成概念間の関係性のモデル化—Big Five・不安 (STAI)・気分 (POMS)— 関西大学社会学部紀要, *38*(3), 61-96.
- Sörbom, D. (1974). A general method for studying differences in factor means and factor structure between groups. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 27*, 229-239.
- Sörbom, D. (1978). An alternative to the methodology for analysis covariance. *Psychometrika, 43*, 381-394.

+



o



.



ご静聴、ありがとうございました